

1. 다음 식의 계산 중 바르지 못한 것은?

① $\sqrt{5^2} \times \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 3$

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 200$

③ $-\sqrt{49} + (\sqrt{13})^2 = 6$

④ $\sqrt{10^2} - \sqrt{(-9)^2} = 1$

⑤ $\sqrt{(-20)^2} - \sqrt{400} = 0$

해설

② $\sqrt{0.04} \div \sqrt{10000} = 0.002$

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

㉡ 5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$ 이다.

㉢ -9 의 제곱근은 -3 이다.

㉣ 0 의 제곱근은 0 이다.

㉤ 음수의 제곱근은 1 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉢ -9 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ 음수의 제곱근은 없다.

3. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수) 이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다. $120 <$

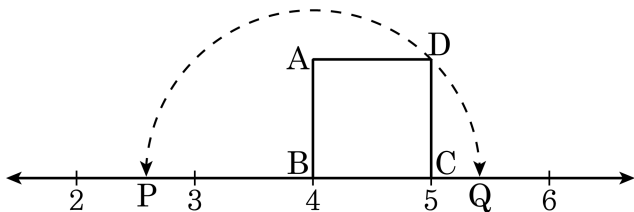
$$3b^2 < 210$$

$$40 < b^2 < 70$$

$$b = 7, 8$$

$$\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147 \text{ 또는 } a = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

4. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 D(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a), Q(b) 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하면?



① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{2} + 2$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2} - 2$

해설

□ABCD 넓이는 1이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

$\therefore P(4 - \sqrt{2}), Q(4 + \sqrt{2})$

따라서 $b - a = 4 + \sqrt{2} - (4 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ 이다.

5. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{10}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

6. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면?

① $\frac{\sqrt{6}}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $2\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}-3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

7. $1 < \sqrt{\frac{x}{3}} < \frac{7}{3}$ 을 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < x < \frac{49}{3}$ 에서 $a = 16$, $b = 4$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$$

8. $\sqrt{7}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a + b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 + \sqrt{7}$

해설

$a = 2$ 이므로, $b = \sqrt{7} - 2$ 가 된다.

$$2a + b = 2 \times 2 + (\sqrt{7} - 2) = 2 + \sqrt{7}$$

9. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax - 15$ 가 $(x + p)(x + q)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값으로 적당하지 않는 것은?

① 14

② -14

③ -8

④ 2

⑤ -2

해설

$$x^2 + ax - 15 = (x + p)(x + q)$$

$$-15 \Rightarrow -3 \times 5 \rightarrow a = -3 + 5 = 2,$$

$$-15 \Rightarrow 3 \times (-5) \rightarrow a = 3 - 5 = -2$$

$$-15 \Rightarrow (-1) \times 15 \rightarrow a = -1 + 15 = 14$$

$$-15 \Rightarrow 1 \times (-15) \rightarrow a = 1 - 15 = -14$$

10. $x^2 - 2y^2 + xy - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + 2y - 3)(x - y - 1)$

② $(x + 2y - 1)(x - y - 1)$

③ $(x + 2y - 1)(x - y - 2)$

④ $(x - 2y + 1)(x + y + 1)$

⑤ $(x + 2y + 1)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1 \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y^2 + y - 1) \\ &= x^2 + (y - 2)x - (2y - 1)(y + 1) \\ &= \{x + (2y - 1)\} \{x - (y + 1)\} \\ &= (x + 2y - 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

11. $x = \frac{-1}{\sqrt{3}-2}$, $y = \frac{-1}{\sqrt{3}+2}$ 일 때, $\frac{x^2-y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-8\sqrt{3}$

② $-4\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $1+2\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1}{\sqrt{3}-2} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{3-4} \\ &= \sqrt{3}+2 \\ y &= \frac{-1}{\sqrt{3}+2} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\ &= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{3-4} \\ &= \sqrt{3}-2 \end{aligned}$$

따라서 $x+y=2\sqrt{3}$, $x-y=4$, $xy=-1$ 이므로

$$\frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{-1} = -8\sqrt{3}$$

12. $a = 2\sqrt{2} - 4, b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

13. $2(x-1)^2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$2(x^2 - 2x + 1) + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$2x^2 - 4x + 2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$(2 - a)x^2 = 0$$

$$\therefore a \neq 2$$

14. x 에 관한 이차방정식 $mx^2 + mx + m + n = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$m - m + m + n = 0$$

$$n + m = 0 \quad \therefore n = -m$$

$$mx^2 + mx = 0$$

$$m(x^2 + x) = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -1$$

15. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$ ㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$
 ㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$ ㉣ $x^2 + 6x = 9$
 ㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉢, ㉤ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

$$\textcircled{㉠} \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{㉡} \quad x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ (중근)}$$

$$\textcircled{㉤} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0 \text{의 양변에 } 100 \text{을 곱하면}$$

$$25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{5} \text{ (중근)}$$

16. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$\therefore a = 2, b = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

17. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

18. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

19. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

20. $x = \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5 - 3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2 y^2 = 7$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$$

$$\text{따라서 } x^4 + y^4 = 100 - 2x^2 y^2 = 100 - 14 = 86 \text{ 이다.}$$

21. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수) 이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

22. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$\sqrt{x} = a - 2$ 의 양변을 제곱하면 $x = a^2 - 4a + 4$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 4| - |a - 1|$$

$$= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5$$

23. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2 - 1)(2 + 1) + (4 - 3)(4 + 3) + (6 - 5) \\ &\quad (6 + 5) + (8 - 7)(8 + 7) + (10 - 9)(10 + 9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B + A)(B - A) \\ &= (9945 + 55)(9945 - 55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

25. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2ax - x + 2a = 0$ 과 $2x^2 + 2ax + 5x - a - 3 = 0$ 이 공통근을 가질 때, a 의 값을 구하여라. (단, $-4 < a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$x^2 - 2ax - x + 2a = 0$$

$$(x-1)(x-2a) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2a$$

$$2x^2 + 2ax + 5x - a - 3 = 0$$

$$(x+a+3)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -a-3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$(i) \ 2a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{4}$$

$$(ii) \ -a-3 = 1 \text{ 일 때, } a = -4$$

$$(iii) \ 2a = -a-3 \text{ 일 때, } a = -1$$

따라서 $-4 < a < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.