

1. 제곱근 $\frac{9}{16}$ 를 $\frac{b}{a}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소이다.)

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 7 ⑤ 9

해설

제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이므로, $a=4, b=3$
 $\therefore a+b=4+3=7$

2. $\sqrt{\frac{50}{3}}x$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 6$

해설

$\frac{50}{3}x = \frac{2 \times 5^2 \times x}{3}$ 이므로 $x = 2 \times 3 = 6$ 이다.

3. $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② -1 ③ $3-2\sqrt{2}$
④ $-3+2\sqrt{2}$ ⑤ $1-2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } 2 - \sqrt{2} > 0, 1 - \sqrt{2} < 0 \\ |2 - \sqrt{2}| - |1 - \sqrt{2}| &= 2 - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} \\ &= 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

4. 다음 중 옳은 것은?

① 0 을 제외한 모든 수의 제곱근은 2 개이다.

② $\sqrt{(-4)^2}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$ 이다.

④ $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$ 이다.

⑤ π 는 유리수이다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.

③ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

④ $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$

⑤ π 는 무리수이다.

5. 다음 중 $\sqrt{30} = 5.477$ 을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{0.003}$

② $\sqrt{0.03}$

③ $\sqrt{0.3}$

④ $\sqrt{3000}$

⑤ $\sqrt{300000}$

해설

① $\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = 0.01 \sqrt{30}$

② $\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = 0.1 \sqrt{3}$

③ $\sqrt{0.3} = \sqrt{30 \times 0.01} = 0.1 \sqrt{30}$

④ $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = 10 \sqrt{30}$

⑤ $\sqrt{300000} = \sqrt{30 \times 10000} = 100 \sqrt{30}$

6. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

7. 두 다항식 $2x^2 - 5x + 2$ 와 $x^2 + x - 6$ 의 공통인 인수는?

- ① $(x-2)$ ② $(x+3)$ ③ $(2x-1)$
④ $(x+3)(x-2)$ ⑤ $(2x-1)(x-2)$

해설

$2x^2 - 5x + 2 = (2x-1)(x-2)$
 $x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $(x-2)$ 이다.

8. $30x^2 + 19xy - 4y^2$ 이 두 다항식의 곱으로 인수분해 될 때, 이 두 다항식의 합은?

▶ 답:

▷ 정답: $11x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & 30x^2 + 19xy - 4y^2 \\ &= (5x + 4y)(6x - y) \\ &\therefore 5x + 4y + 6x - y = 11x + 3y \end{aligned}$$

9. $0 < x < 2$ 일 때,
 $\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$ 을 간단히 하면?

① x

② $4 - x$

③ $x + 4$

④ $3x + 4$

⑤ $4 - 3x$

해설

$0 < x < 2$ 에서 $-x < 0, x - 2 < 0, 2 - x > 0$

$$\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$$

$$= -(-x) - \{-(x-2)\} + (2-x)$$

$$= x + (x-2) + (2-x) = x$$

10. $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 한 것은?

- ① 2 ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} &= \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \\ &= 2 \sqrt{\frac{30 \times 5}{10 \times 3}} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

11. $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\ &= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \\ \therefore a &= 2, b = -1 \\ \therefore a - b &= 2 - (-1) = 3 \end{aligned}$$

12. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

- ① 1, 2 ② 2, 3 ③ 3, 4 ④ 3, 5 ⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면

$(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

13. $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ 을 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}+7$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\ &= \frac{4+4\sqrt{3}+3}{4-3} \\ &= 4\sqrt{3}+7\end{aligned}$$

14. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 있는 것은?

수	0	1	2	3
40	6.325	6.332	6.340	6.348
41	6.403	6.411	6.419	6.427
42	6.481	6.488	6.496	6.504
43	6.557	6.565	6.573	6.580

- ① 6.431 ② 6.287 ③ 6.573 ④ 6.590 ⑤ 6.661

해설

③ 을 제외한 나머지는 제곱근표에 없다.

15. $4\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , $5-2\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 b 라고 할 때, $a+4b$ 의 값은?

① $4\sqrt{3}+2$

② $4\sqrt{3}+1$

③ $4\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}-1$

⑤ $4\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$, $6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로

$4\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 6,

소수 부분은 $a = 4\sqrt{3} - 6$

$-4 < -\sqrt{12} < -3$ 이고 $1 < 5 - \sqrt{12} < 2$ 이므로

$5 - 2\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 $b = 1$

$\therefore a + 4b = 4\sqrt{3} - 6 + 4 = 4\sqrt{3} - 2$

16. $(x+y)(a^2-b^2) - (a-b)(x^2-y^2)$ 를 인수분해하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $(a-b)(x+y)(a+b-x+y)$

해설

(준식)

$$= (x+y)(a+b)(a-b) - (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$= (x+y)(a-b) \{ (a+b) - (x-y) \}$$

$$= (a-b)(x+y)(a+b-x+y)$$

17. 다음 다항식 $a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1$ 을 인수분해하면?

① $(a + b - c - 1)(a - b - c + 1)$

② $(a - b + c + 1)(a - b - c + 1)$

③ $(a + b + c + 1)(a - b - c + 1)$

④ $(a + b - c + 1)(a - b + c + 1)$

⑤ $(a + b - c - 1)(a - b + c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 - c^2 + 2a + 2bc + 1 \\ &= a^2 + 2a + 1 - (b^2 - 2bc + c^2) \\ &= (a + 1)^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + 1 + b - c)(a + 1 - b + c) \\ &= (a + b - c + 1)(a - b + c + 1) \end{aligned}$$

18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9의 제곱근은 1개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0의 제곱근은 0이다.
- ③ 3.9의 제곱근은 2개이다.

19. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.
그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.
따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

20. $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{7}$ 일 때, $\sqrt{13}$ 을 x 와 y 로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2x^2 + y^2}$

해설

$13 = 3 + 3 + 7 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^2 + \sqrt{7}^2 = 2x^2 + y^2$
따라서 $\sqrt{13} = \sqrt{2x^2 + y^2}$ 이다.

21. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3} \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

22. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

23. 두 수 7 과 9 사이에 있는 무리수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 \sqrt{a} 가장 작은 수를 \sqrt{b} 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라. (단, n 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{30}$

해설

$$7 = \sqrt{49}, 9 = \sqrt{81}$$

$$\sqrt{49} < \sqrt{n} < \sqrt{81}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{80}, \sqrt{b} = \sqrt{50}, a = 80, b = 50$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{80-50} = \sqrt{30}$$

24. 1 보다 큰 자연수 n 에 대하여 $x = n^2 + \frac{2}{n^2}$ 일 때, $x - \sqrt{x^2 - 8}$ 을 n 에 관한 식으로 나타내고 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{n^2}$

▷ 정답 : 최댓값 : 1

해설

$$\begin{aligned}x - \sqrt{x^2 - 8} &= n^2 + \frac{2}{n^2} - \sqrt{\left(n^2 + \frac{2}{n^2}\right)^2 - 8} \\&= n^2 + \frac{2}{n^2} - \sqrt{n^4 - 4 + \frac{4}{n^4}} \\&= n^2 + \frac{2}{n^2} - \sqrt{\left(n^2 - \frac{2}{n^2}\right)^2} \\&= n^2 + \frac{2}{n^2} - \left(n^2 - \frac{2}{n^2}\right) \\&\quad \left(\because n > 1 \text{ 이므로 } n^2 - \frac{1}{n^2} > 0\right) \\&= \frac{4}{n^2}\end{aligned}$$

따라서 $\frac{4}{n^2}$ 는 $n = 2$ 일 때 최댓값 1 을 갖는다.

25. 자연수 a, b, c 에 대하여 $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 69$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $abc = 24$

해설

$$\begin{aligned} abc + ab + bc + ca + a + b + c &= 69 \\ ab(c+1) + b(c+1) + a(c+1) + c &= 69 \\ ab(c+1) + b(c+1) + a(c+1) + c + 1 &= 70 \\ (c+1)(ab + a + b + 1) &= 70 \\ (a+1)(b+1)(c+1) &= 70 \\ a, b, c \text{ 는 자연수이고 } 70 &= 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로} \\ a+1 = 2, a &= 1 \\ b+1 = 5, b &= 4 \\ c+1 = 7, c &= 6 \\ \therefore abc &= 24 \end{aligned}$$