

1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $-\sqrt{a^2} = a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $\sqrt{-a^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

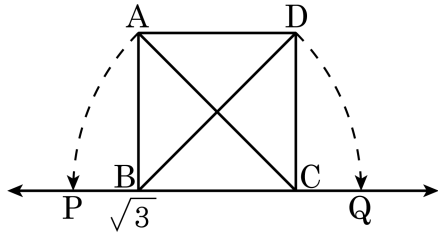
해설

② $-\sqrt{a^2} = -a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 의 값은 없다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



- ① $2\sqrt{3}$ ② $-1 + 2\sqrt{2}$ ③ $-1 + 2\sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 C($\sqrt{3} + 1$) 이다.
 정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
 따라서 점 P 의 좌표는 P($\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2}$) 이다.

3. $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하면 $\frac{\sqrt{21}}{2a}$ 이 된다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{2a}$$

$$\therefore a = 3$$

4. 다음 중 그 계산이 옳지 않은 것은?

① $97^2 = (100 - 3)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 9409$

② $5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 5^2 - 0.1^2 = 24.99$

③ $301^2 = (300 + 1)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 1 + 1^2 = 90601$

④ $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2 = 8$

해설

⑤ $(-\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$
 $= (-\sqrt{2} - \sqrt{10})(-\sqrt{2} + \sqrt{10})$
 $= (-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2 - 10$
 $= -8$

5. $6x^2 - x - 2$, $4x^2 - 4x - 3$, $2x^2 + ax - 2$ 가 x 에 대한 일차식을 공통인 인수로 가질 때, a 의 값을 구하면?

① 9

② 6

③ 3

④ -3

⑤ -9

해설

$$6x^2 - x - 2 = (2x + 1)(3x - 2)$$

$$4x^2 - 4x - 3 = (2x + 1)(2x - 3)$$

공통인 인수는 $2x + 1$ 이다.

$$2x^2 + ax - 2 = (2x + 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$$

$$\therefore a = -3$$

6. 인수분해를 이용하여 $1.23 \times 552 - 1.23 \times 452$ 를 계산하면 $1.23 \times \square$ 이 된다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$$1.23(552 - 452) = 1.23 \times 100$$

$$\therefore \square = 100$$

7. 두 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$, $x^2 - 5x - b = 0$ 의 공통인 근이 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 4 ② -6 ③ -8 ④ 8 ⑤ -4

해설

2는 두 이차방정식의 공통인 근이므로 각각의 이차방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 3 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$2^2 - 5 \times 2 - b = 0$$

$$\therefore b = -6 \therefore a - b = 2 - (-6) = 8$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2x = -2(x + 2)$ 을 풀어라.(단, x 는 중근)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$$x^2 + 2x = -2x - 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (중근)}$$

9. 다음 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a = 0, b = -1$

② $a = 0, b = 2$

③ $a = -1, b = -1$

④ $a = -1, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 4$

해설

$(x-a)^2 = b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.

따라서 $(x-0)^2 = 4$ 일 때이므로 $a = 0, b = 4$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

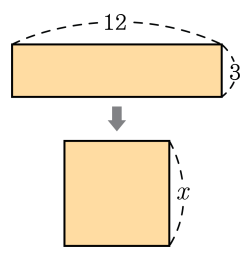
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

11. 다음 그림과 같이 가로가 12이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그려려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $12 \times 3 = 36$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 36$ 을 만족하여야 한다. 즉, 36의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 36의 제곱근은 ± 6 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 6이 된다.

12. $-1 < a < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

① $a - 3$

② $-2a - 3$

③ $-2a + 1$

④ 3

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2} \\ &= -(a-2) - (a+1) \quad (\because a-2 < 0, a+1 > 0) \\ &= -a+2-a-1 \\ &= -2a+1 \end{aligned}$$

13. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

14. 다음 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타낸 것 중 틀린 것은?

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

해설

① $\sqrt{\frac{27}{121}} = \sqrt{\frac{3^3 \times 3}{11^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

② $\sqrt{0.005} = \sqrt{\frac{50}{10000}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 2}{100^2}}$
 $= \frac{5\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{20}$

③ $\sqrt{0.12} = \sqrt{\frac{12}{100}} = \frac{\sqrt{12}}{10} = \frac{1}{10} \times 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{5}$

④ $\sqrt{\frac{2}{49}} = \sqrt{\frac{2}{7^2}} = \frac{\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\sqrt{\frac{12}{32}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

15. $a = \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} + \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}} &= \frac{(\sqrt{a+1})^2 + (\sqrt{a-1})^2}{\sqrt{a-1} \times \sqrt{a+1}} \\ &= \frac{a+1+a-1}{\sqrt{a^2-1}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5-1}} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

16. $\sqrt{11}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a^2 + 6a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a = \sqrt{11} - 3$
 $a + 3 = \sqrt{11}$ 의 양변을 제곱하면
 $a^2 + 6a + 9 = 11$
 $\therefore a^2 + 6a = 2$

17. 두 식 $a^2b + ab - a - 1$, $a^2 - ab + a - b$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 1$

해설

$$\begin{aligned} a^2b + ab - a - 1 &= ab(a + 1) - (a + 1) \\ &= (a + 1)(ab - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - ab + a - b &= a(a - b) + (a - b) \\ &= (a - b)(a + 1) \end{aligned}$$

18. 다음 식이 완전제곱식이 될 때, $\square$ 안에 들어갈 수를 차례대로 구하여라. (단, $\square > 0$)

$$4x^2 + \square x + \frac{1}{4} = (\square x + \square)^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$\square > 0$ 이므로

$$4x^2 + \square x + \frac{1}{4}$$

$$= (2x)^2 + 2 \times (2x) \times \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$$

19. $a = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$$

- ① $2(2 - \sqrt{3})$

② $2(1 + \sqrt{3})$

③ $2(2 + \sqrt{3})$

④ $4 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$a = 2 - \sqrt{3}$ 이면 $0 < a < 1$ 이므로
$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 2(2 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

20. $(2x - 3\sqrt{3})(x + a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 $-\sqrt{3}$ 이면 상수항은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 2ax - 3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}a \\ &= 2x^2 + (2a - 3\sqrt{3})x - 3\sqrt{3}a\end{aligned}$$

$$2a - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3} \quad \therefore a = \sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{3} \times a = -3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -9$$

21. $(2x-1)^2-9$ 를 인수분해 하여 $a(x+b)(x+c)$ 로 나타낼 때, $bc-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $bc-a=-6$

해설

$$\begin{aligned}(2x-1)^2-9 &= (2x-1+3)(2x-1-3) \\ &= (2x+2)(2x-4) \\ &= 4(x+1)(x-2) \\ &= a(x+b)(x+c)\end{aligned}$$

$$a=4, b=1, c=-2$$

$$\therefore bc-a=-2-4=-6$$

22. $a^3 - 3a^2 - a + 3$ 이 a 의 계수가 1 인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 세 일차식의 합을 구하면?

① $3(1 - a)$

② $3(a - 2)$

③ $3a - 3$

④ $3a - 1$

⑤ $a^3 - 3$

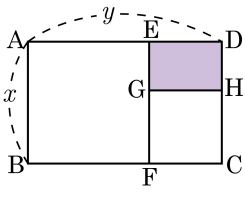
해설

$$\begin{aligned} a^2(a - 3) - (a - 3) &= (a^2 - 1)(a - 3) \\ &= (a + 1)(a - 1)(a - 3) \end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은

$$(a + 1) + (a - 1) + (a - 3) = 3a - 3 \text{ 이다.}$$

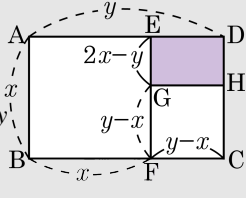
23. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 세로의 길이가 x , 가로의 길이가 y 이고, $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 가 모두 정사각형이다. 이 때, $\square EGHD$ 의 넓이는? (단, $x < y < 2x$)



- ① $-2x^2 + 3xy - y^2$ ② $-2x^2 - 3xy - y^2$
 ③ $2x^2 - 3xy - y^2$ ④ $2x^2 + 3xy - y^2$
 ⑤ $2x^2 + 3xy + y^2$

해설

다음 그림에서
 $(\square EGHD \text{의 넓이}) = (\text{가로}) \times (\text{세로})$
 $= (y - x)(2x - y)$
 $= 2xy - y^2 - 2x^2 + xy$
 $= -2x^2 + 3xy - y^2$



24. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

25. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$ 과 같은 것은?

- ① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$
③ $x + 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ④ $2x + 3 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$
⑤ $2x - 3 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

26. 이차방정식 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$4x^2 - 12x + a = 0$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2 \times 3x + (-3)^2 = 0, a = 9$$

$$(2x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

27. 이차방정식 $(x-2)(x-1) - \frac{1}{3}(x^2+1) = 3(x-3)$ 의 근은?

- ① $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{3}$ ② $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{3}$
④ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

양 변에 3을 곱하여 정리하면 $2x^2 - 18x + 32 = 0$ 이다.

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

28. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \dots \therefore x = 6, 17, 30, \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 가장 작은 자연수 x 는 30 이다.

29. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60-36}{2} = 12$$

$$M-2m = 30-2 \times 12 = 6$$

30. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

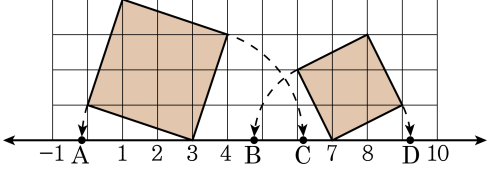
해설

$$3 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$9 \leq x < 16$$

$$\therefore x = 9, 10, \dots, 15 \text{ (7 개)}$$

31. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



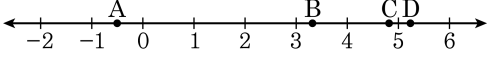
- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$a = 3 - \sqrt{10}, b = 7 - \sqrt{5}, c = 3 + \sqrt{10}, d = 7 + \sqrt{5}$$

이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

32. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$
 ② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
- ③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$
 ④ $5-\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$$\begin{aligned}
 4\sqrt{3}-2 &= \sqrt{48}-2 \approx 4.\times\times\times : C \\
 2\sqrt{5}-5 &= \sqrt{20}-5 \approx -0.\times\times\times : A \\
 10-3\sqrt{5} &= 10-\sqrt{45} \approx 3.\times\times\times : B \\
 \sqrt{27} &\approx 5.\times\times\times : D \\
 a &= 2\sqrt{5}-5, b = 10-3\sqrt{5} \\
 \therefore a+b &= (2\sqrt{5}-5)+(10-3\sqrt{5}) = 5-\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

33. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

34. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

35. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(x) = 42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

해설

$$N(1) + \cdots + N(3) = 1 \times 3 = 3$$

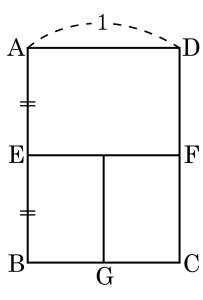
$$N(4) + \cdots + N(8) = 2 \times 5 = 10$$

$$N(9) + \cdots + N(15) = 3 \times 7 = 21$$

$$N(16) + N(17) = 4 \times 2 = 8$$

$x = 17$ 일 때, 성립

36. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

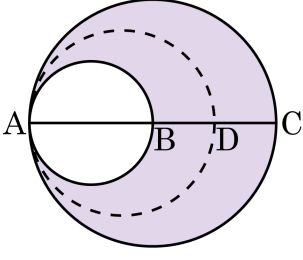
$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

37. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



- ① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2y$
- ④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$\overline{AC} = 2x + y,$
 $\overline{AB} = 2x - y$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi \left(\frac{2x+y}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2}\right)^2 =$
 $2\pi xy$

38. $a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $a^2 + 3ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + 3ab + b^2 \\ &= (a+b)^2 + ab \\ &= \left(\frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \\ &= \left(\frac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \right)^2 + \frac{1}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\ &= \left(\frac{6}{9-8} \right)^2 + \frac{1}{9-8} = 36 + 1 = 37 \end{aligned}$$

39. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x + y > 0 \text{ 이므로 } x + y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

40. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

41. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

42. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm \sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

43. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

44. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

45. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

46. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

47. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

48. $\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a}$, $\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b$ 일 때, $10a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10a - b = -1$

해설

$$\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a},$$

$$\frac{40^8}{100^4} = \frac{2^{24} \times 5^8}{2^8 \times 5^8} = 2^{16} = \sqrt{2^{32}} = \sqrt{16^8}$$

$$\therefore a = 8$$

$$\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b, \sqrt{9^4} = 9^2 = 81 \quad \therefore b = 81$$

$$\therefore 10a - b = 80 - 81 = -1$$

49. 두 이차식 $x^2 - ax + b = AB$, $x^2 + ax - b = CD$ 가 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A + B + C + D) - 4a^2$ 의 인수로 옳은 것은?

- ① $x - 2a$
- ② $x - a$
- ③ x
- ④ $x + a^2$
- ⑤ $x^2 + a$

해설

(i) $x^2 - ax + b = AB$

$= (x + \alpha)(x + \beta)$

$= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$A + B = (x + \alpha) + (x + \beta)$

$= 2x + \alpha + \beta = 2x - a$

(ii) $x^2 + ax - b = CD$

$= (x + \gamma)(x + \delta)$

$= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta$

$C + D = (x + \gamma) + (x + \delta)$

$= 2x + \gamma + \delta = 2x + a$

$\therefore x(A + B + C + D) - 4a^2$

$= x(2x - a + 2x + a) - 4a^2$

$= 4x^2 - 4a^2 = 4(x + a)(x - a)$

50. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 p, q 가 p 는 약수가 2 개인 소수, q 는 홀수이고, $p^2 + q = 25$ 를 만족할 때, $\frac{b^2c + bc^2}{a^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18354

해설

$p^2 = 25 - q$ 이고 q 가 홀수이므로 p^2 은 짝수이다.

즉 p 도 짝수이고 짝수인 소수는 2 뿐이므로 $p = 2$

$\therefore q = 21$

따라서 이차방정식은

$$a(x-2)(x-21) = ax^2 - 23ax + 42a = 0$$

$\therefore b = -23a, c = 42a$

따라서

$$\begin{aligned}\frac{b^2c + bc^2}{a^3} &= \frac{bc(b+c)}{a^3} \\ &= \frac{-23a \times 42a \times (-23a + 42a)}{a^3} \\ &= (-23) \times 42 \times 19 \\ &= -18354\end{aligned}$$