

1. 다음 중 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 과 서로 같은 것은?

- ① $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$ ② $x + 2 \neq 0$ 또는 $x - 5 = 0$
③ $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 \neq 0$ ④ $x + 2 \neq 0$ 또는 $x - 5 \neq 0$
⑤ $x + 2 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 5 = 0$$

2. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10

② -10

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

3. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{중근})$$

4. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 6x = m, (x - 5)^2 = n$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$x^2 - 6x - m = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x - 3)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -m = 9, m = -9$$

$(x - 5)^2 = n$ 이 중근을 가지려면 $n = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore n - m = 0 - (-9) = 9$$

5. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 6$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A+B$ 의 값은?
(단, A, B 는 유리수)

① 5

② 3

③ 1

④ -1

⑤ -3

해설

$$(x+3)^2 = 2$$

$$x+3 = \pm\sqrt{2}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{2}$$

$$A = -3, B = 2$$

$$\therefore A+B = -1$$

6. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$x^2 + 6x = \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + 6x + \textcircled{㉡} = \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$$

$$(x + \textcircled{㉢}) = \textcircled{㉣}$$

$$x + \textcircled{㉢} = \pm \sqrt{\textcircled{㉤}}$$

$$\therefore x = \textcircled{㉦}$$

① $\textcircled{㉠} : -3$

② $\textcircled{㉡} : 9$

③ $\textcircled{㉢} : 3$

④ $\textcircled{㉣} : 6$

⑤ $\textcircled{㉤} : \pm \sqrt{6}$

해설

$$x^2 + 6x = -3$$

좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면

$$x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

따라서 $\textcircled{㉤}$ 의 연결이 옳지 않다.

7. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x - 2 = 0 \text{ 또는 } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

8. 이차방정식 $(3x - 1)(x + 2) = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$

② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$

③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

$$3x - 1 = 0 \text{ 또는 } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

9. 다음은 이차방정식 $2x^2 + x - 3 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \text{ 또는 } x = -\frac{d}{c}$$

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2x^2 + x - 3 = 0$ 를 인수분해하면 $(2x + 3)(x - 1) = 0$ 이다.

따라서 $a = 2, b = 3, c = 1, d = -1$ 이거나 $a = 1, b = -1, c = 2, d = 3$ 이 된다.

어느 경우이든 $a + b + c + d = 5$ 이다.

10. 이차방정식 $(x-2)^2 = 3x-6$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(a-b)(a+b) - 3(a+b)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$(x-2)^2 = 3x-6$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3x - 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

$$a = 5, b = 2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}(a-b)(a+b) - 3(a+b) &= (a+b)(a-b-3) \\ &= (5+2)(5-2-3) \\ &= 0\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면 $x^2 - 4x - 45 = 0$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$x = -5$ 또는 $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

12. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b - 1 = 0$ 의 해가 3일 때, $b - a$ 의 값은?

①

13

② 12

③ 10

④ 11

⑤ 0

해설

$$x^2 + 2ax + b - 1 = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ 이어야 하므로}$$

$$2a = -6, a = -3$$

$$b - 1 = 9, b = 10$$

$$\therefore b - a = 10 - (-3) = 13$$

13. 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 + kx + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0, (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\text{두 근의 합 } 4 + (-3) = 1$$

$$x^2 + kx + k = 0 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입}$$

$$1 + k + k = 0$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

14. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 한 근을 A , $x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 한 근을 B 라고 할 때, 다음을 구하여라.

$$A^2 - 3A + B^2 + 4B$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

$2x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 한 근이 A 이므로

$$2A^2 - 6A - 1 = 0, 2A^2 - 6A = 1, A^2 - 3A = \frac{1}{2}$$

$x^2 + 4x - 12 = 0$ 의 한 근이 B 이므로

$$B^2 + 4B - 12 = 0, B^2 + 4B = 12$$

$$\therefore A^2 - 3A + B^2 + 4B = \frac{1}{2} + 12 = \frac{25}{2}$$

15. 다음 방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$3x^2 - x - 4 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$(x+1)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -3$$

$$3x^2 - x - 4 = 0$$

$$(x+1)(3x-4) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{4}{3}$$

따라서 공통근은 $x = -1$ 이다.

16. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4, 3$$

따라서 공통인 근은 -4 이다.

17. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1 개가 아닌 것은?

① $-x^2 + 10x - 1 = 24$

② $x^2 - 8x - 14 = -30$

③ $2x^2 - 8x + 18 = 4x$

④ $x^2 + 2x + 15 = -8x - 1$

⑤ $-3x^2 + 18x - 15 = 12$

해설

근의 개수가 1 개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 한다.

① $-(x - 5)^2 = 0$

② $(x - 4)^2 = 0$

③ $2(x - 3)^2 = 0$

⑤ $-3(x - 3)^2 = 0$

18. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x + 4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x + 2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x + 4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x + 2)(x + 6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

19. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = 1$ 을 갖는다고 할 때, a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 4$

② $a = 2, b = -4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -2$

⑤ $a = 4, b = 2$

해설

중근 1 을 가지려면

$$(x - 1)^2 = 0$$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 2$$

20. 이차방정식 $(x + 3)^2 = k - 1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $k - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k - a = 4$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0 꼴이어야 하므로

$$k - 1 = 0$$

$$\therefore k = 1$$

$$(x + 3)^2 = 0 \text{ 이므로 } x = -3$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore k - a = 1 - (-3) = 4$$

21. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b (b > 0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$(x+a)^2 = \frac{b}{4} \text{ 에서 } x+a = \pm \sqrt{\frac{b}{4}}, x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}} \text{ 이므로}$$

$$a = -3, b = 20$$

$$\therefore a+b = 17$$

22. 이차방정식 $2(x+1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$2(x+1)^2 = 10$$

$$(x+1)^2 = 5$$

$$\therefore x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) = -2$$

23. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

$$\textcircled{㉠} x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$\textcircled{㉡} x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\textcircled{㉢} \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$$

$$\textcircled{㉣} \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\textcircled{㉠} x^2 - 3x = -5$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -5 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

$$\textcircled{㉡} x^2 + 4x = -2$$

$$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

$$\textcircled{㉢} \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0 \text{ 에서 양변에 2 를 곱하면 } x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3}{2} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{35}{18}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0 \text{ 에서 양변에 3 을 곱하면 } x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{16}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

24. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$$(x-1)(2x-3) = (x+1)^2$$

$$x^2 - 7x = -2$$

$$(x^2 - 7x + (\square)) = -2 + (\square)$$

$$(x+a)^2 = b$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$(x-1)(2x-3) = (x+1)^2$$

$$x^2 - 7x = -2$$

$$\left(x^2 - 7x + \frac{49}{4}\right) = -2 + \frac{49}{4}$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}$$

$$a = -\frac{7}{2}, b = \frac{41}{4}$$

$$\therefore 4(a+b) = 4\left(-\frac{7}{2} + \frac{41}{4}\right) = 27$$

25. $x^2 - x - 4 = 0$ 의 해가 $x = -\frac{1 \pm \sqrt{a}}{2}$ 이고, $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 해가

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{b}}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 58$

해설

$x^2 - x = 4$ 에서

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, \left(x - \frac{1}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

따라서 $x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ 이므로

$a = 17$ 이다.

$2x^2 + 3x - 4 = 0$ 에서 양변을 2 로 나누면

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 2, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 2 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}, \left(x + \frac{3}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{41}{16}}$$

따라서 $x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{41}{16}} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$ 이므로 $b = 41$ 이다.

$\therefore a + b = 58$ 이다.

26. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

① $3x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{6}$

② $2(x+5)^2 = 7 \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{7}$

③ $(x-7)^2 = -8 \rightarrow x = 7 \pm \sqrt{-8}$

④ $2x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$

⑤ $3(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

① $3(x+1)^2 = 2 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$

② $2(x+5)^2 = 7 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{14}}{2}$

③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.

⑤ $3(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$

27. 이차방정식 $2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은?

① 3

② -4

③ 5

④ 4

⑤ -5

해설

$2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개이므로 $m = 0$ 이다.

$$2(a-5)^2 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

28. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$

④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$m + 6 < 0$$

$$\therefore m < -6$$

29. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k > 0$

④ $k < 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

30. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

$$\text{①} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\text{④} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\text{②} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\text{⑤} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{③} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

31. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

32. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}\end{aligned}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

33. 이차방정식 $ax^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+a}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3} \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

34. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

35. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2 + 3m - 4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 29$

해설

한 근이 2 이므로 $x = 2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2 + 3m - 4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m = 1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \quad (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m = -6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \quad (\text{두 근이 모두 양수이므로 적합})$$

$$\text{따라서 } m = -6 \text{ 이고, 다른 한 근은 } \frac{4}{5} \text{ 이므로 } -6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a + b = 15 + 2 = 29$$

36. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25

② -10

③ 1

④ 10

⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

37. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$

② $-\frac{27}{8}$

③ $-\frac{25}{8}$

④ $\frac{25}{8}$

⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x-3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$

38. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$