

1. 9의 제곱근을 a , 20의 제곱근을 b 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$a^2 = 9, b^2 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 20 = 29$$

2. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{a^2} = a$

㉡ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

㉢ $-\sqrt{a^2} = a$

㉣ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

㉣ $a < 0$ 일 때, $-(-a) = a$ 이다.

3. $4\sqrt{9} + 2\sqrt{16} - 4\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{(-7)^2}$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4 \times 3 + 2 \times 4 - 4 \times \frac{1}{2} - 7 \\ &= 12 + 8 - 2 - 7 = 11\end{aligned}$$

4. $a > 0, b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{9a^2} \times \sqrt{(-6b)^2} = 18ab$

② $-\sqrt{(3a)^2} \div \sqrt{(-2a)^2} = \frac{3}{2}a$

③ $\sqrt{(-5b)^2} - \sqrt{16b^2} = b$

④ $2\sqrt{a^2} \times \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{25a^2b^2} = -7ab$

⑤ $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} = a + b$

해설

① $\sqrt{9a^2} \times \sqrt{(-6b)^2} = 3a \times (-6b) = -18ab$

② $-\sqrt{(3a)^2} \div \sqrt{(-2a)^2} = \frac{3}{2}$

③ $\sqrt{(-5b)^2} - \sqrt{16b^2} = |5b| - |4b| = -5b + 4b = -b$

⑤ $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} = a - b$

5. n 이 자연수이고 $1 < n < 30$ 일 때, $\sqrt{4n}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$4n = 2^2 \times n$ 이므로

$n = 2^2, 3^2, 2^4, 5^2, 2^2 \times 3^2 \dots$ 이 있다.

$1 < n < 30$ 라고 하였으므로,

$n = 2^2, 3^2, 2^4, 5^2$ 4개이다.

6. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, \quad x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, \quad x = 45.5$$

7. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\sqrt{5}, -\sqrt{3}, 3, 1, -\sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1이다.

8. $\sqrt{20} < x < \sqrt{65}$ 를 만족하는 자연수 x 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

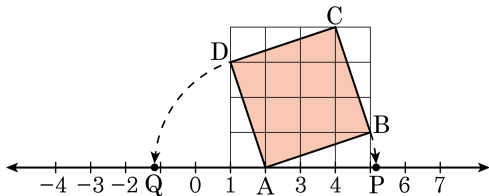
양변을 제곱하면

$$20 < x^2 < 65$$

$$x^2 = 25, 36, 49, 64$$

$$\therefore x = 5, 6, 7, 8$$

9. 다음 그림에서 수직선 위의 점 P 와 Q 사이의 거리를 구하면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 6

② 8

③ $\sqrt{10}$

④ $2\sqrt{10}$

⑤ $3\sqrt{10}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

$$\square ABCD \text{ 의 넓이는 } 16 - 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 10$$

$\therefore$ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AQ} = \sqrt{10}$$

점 P 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 큰 수에 대응하는 점이다. $P(2 + \sqrt{10})$

점 Q 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 작은 수에 대응하는 점이다. $Q(2 - \sqrt{10})$

$$\therefore \overline{PQ} = (2 + \sqrt{10}) - (2 - \sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$$

10. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

11. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{(1.4)^2} = \sqrt{1.96} < \sqrt{2} < \sqrt{2.25} = \sqrt{(1.5)^2}$$

$$1.4 < \sqrt{2} < 1.5 \Rightarrow \sqrt{2} = 1.4 \times \times \dots$$

① $\sqrt{2} = 1.4 \times \times \dots$

② -0.5

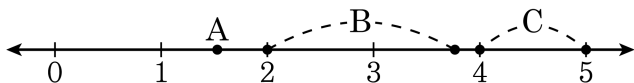
③ $1 - \sqrt{2} = 1 - 1.4 \times \times \dots = -0.4 \times \times \dots$

④ $2 + \sqrt{2} = 3.4 \times \times \dots$

⑤ $1 + \sqrt{2} = 2.4 \times \times \dots$

$$\therefore \textcircled{2} < \textcircled{3} < \textcircled{1} < \textcircled{5} < \textcircled{4}$$

12. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2} + 3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19} - 4$ 는 점 A 의 왼쪽에 위치한다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

13. $\sqrt{54} = a\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = 6\sqrt{b}$, $\sqrt{c} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}, \quad \sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$a = 3, b = 3, c = 12 \text{ 이므로 } a + b + c = 18$$

14. 다음 식을 간단히 한 것 중 값이 나머지 한 개와 다른 하나를 고르면?

㉠ $10 \div \sqrt{10} \div \sqrt{5}$

㉡ $\sqrt{3} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}$

㉢ $4 \div \frac{1}{\sqrt{10}} \div 4\sqrt{5}$

㉣ $\sqrt{9} \div \sqrt{75} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

㉤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{20}} \div \sqrt{6}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠ $10 \div \sqrt{10} \div \sqrt{5}$

$$= \frac{10}{\sqrt{10} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{50}} = \sqrt{2}$$

㉡ $\sqrt{3} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2}$$

㉢ $4 \div \frac{1}{\sqrt{10}} \div 4\sqrt{5}$

$$= \frac{4 \times \sqrt{10}}{4\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

㉣ $\sqrt{9} \div \sqrt{75} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{3}}{\sqrt{75}} = \frac{3}{5}$$

㉤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{\sqrt{20}} \div \sqrt{6}$

$$= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{20}}{\sqrt{5} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

15. $\sqrt{0.002} = A \sqrt{5}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{1}{50}$

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50}$$

$$\therefore A = \frac{1}{50}$$

16. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

① $10b$

② $100b$

③ $\frac{1}{10}a$

④ $\frac{1}{10}b$

⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

17. 두 정삼각형 P, Q에 대해 $(P\text{의 넓이}) = 6 \times (Q\text{의 넓이})$ 가 성립한다.
P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

▷ 정답: $\sqrt{6}$ 배

해설

Q의 한 변의 길이를 a 라고 할 때, P의 한 변의 길이는 $a\sqrt{6}$ 가 성립한다.

따라서 $3 \times a\sqrt{6} = 3a \times \sqrt{6}$ 이므로 P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 $\sqrt{6}$ 배이다.

18. $\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $a + b = \frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{2\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{6}$ 이므로 $a + b = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 이다.

19. $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\&= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\&= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = -1$$

$$\therefore a - b = 2 - (-1) = 3$$

20. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{15}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① $-\frac{17}{10}$

② 0

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{13}{10}$

⑤ $\frac{23}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{6})\sqrt{5} - (\sqrt{2} - \sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{30} + \sqrt{30} - 2}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 0, b = \frac{3}{10} \text{ 이므로 } a + b = \frac{3}{10}$$

21. a 가 유리수 일 때, $\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $a = \frac{1}{3}$

해설

먼저 분모를 유리화시키면

$$\begin{aligned}\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1} &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{(3\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{26}\end{aligned}$$

이다. 유리수가 되기 위해서 분자에 있는 근호의 값이 0이 되어야 한다. 분자를 전개하면

$$(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1) = 3a\sqrt{3} - a + 9 - \sqrt{3}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \text{ 이므로 } 3a - 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

22. $x = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}, y = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ 일 때, $(x + y)(x - y)$ 의 값은?

① $6\sqrt{3}$

② 8

③ $8\sqrt{3}$

④ 12

⑤ 24

해설

$$x = 2 + \sqrt{3}, y = 2 - \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$(x + y)(x - y) = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

23. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{0.3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.5477

해설

$$\sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{1}{10} \sqrt{30} = \frac{1}{10} \times 5.477 = 0.5477$$

24. $\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수부분을 b 라고 할 때, $a(\sqrt{5} - b)$ 의 값을 구하면 ?

① 2

② $\sqrt{5}$

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 10

해설

$\sqrt{5}$ 의 정수부분 $a = 2$, 소수 부분 $b = \sqrt{5} - 2$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \{ \sqrt{5} - (\sqrt{5} - 2) \} \\ &= 2 (\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2) \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

25. 이차식 $9x^2 - 12x + a$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(3x - b)^2$ 이다. 이때, $a - 2b$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$9x^2 - 12x + a = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = (3x - 2)^2$$

따라서 $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a - 2b = 4 - 2 \times 2 = 0$$

26. 평행사변형의 넓이가 $2x^2 + 5x + 2$ 이고 밑변의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 높이는?

① $x + 2$

② $x - 2$

③ $2x - 1$

④ $x - 1$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

따라서 높이는 $x + 2$ 이다.

27. 다음 중 $(x^2 + 4x)^2 + 3(x^2 + 4x) - 4$ 를 인수분해 했을 때, 인수를 찾으려면?

① $x^2 + 4x$

② $x - 2$

③ $(x + 2)^2$

④ $x^2 + 4x + 1$

⑤ $x^2 + 4x + 3$

해설

$x^2 + 4x = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 3t - 4 = (t - 1)(t + 4)$$

$$= (x^2 + 4x - 1)(x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x^2 + 4x - 1)(x + 2)^2$$

28. 다음 식을 인수분해하면?

$$(x + 2y - 2z)(x + 2y + 4z) - 7z^2$$

- ① $(x + 2y - 5z)(x + 2y + 3z)$ ② $(x - 2y + 5z)(x - 2y - 3z)$
③ $(x + 2y + 5z)(x + 2y - 3z)$ ④ $(x + 3y + 5z)(x + 2y - 3z)$
⑤ $(x + 2z)(x - 2z)(x^2 + 3)$

해설

$x + 2y = A$ 라 하면

$$(x + 2y - 2z)(x + 2y + 4z) - 7z^2$$

$$= (A - 2z)(A + 4z) - 7z^2$$

$$= A^2 + 2Az - 15z^2 = (A - 3z)(A + 5z)$$

$$= (x + 2y + 5z)(x + 2y - 3z)$$

29. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3) + 4$ 의 값은?

① 28

② 35

③ 63

④ 67

⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7 + 2) + 4 = 67$ 이다.

30. 다음 중 $x^3 + y - x - x^2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x^2 - y$

② $x - y$

③ $x - 1$

④ $x + 1$

⑤ $x^2 - 1$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\&= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\&= (x - y)(x^2 - 1) \\&= (x - y)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

31. $(\sqrt{5} - 2)^{101} (\sqrt{5} + 2)^{101}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)\}^{101} = 1^{101} = 1$$

32. $x + y = 5$, $xy = -3$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 25

④ 31

⑤ 37

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\&= x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \\&= (x + y)^2 - 4xy \\&= 5^2 - 4 \times (-3) \\&= 25 + 12 \\&= 37\end{aligned}$$

33. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\&= (3\sqrt{5})^2 - 2 \\&= 45 - 2 \\&= 43\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} &= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\&= 5 \times 43 \\&= 215\end{aligned}$$