1. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$ $3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.
$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4 개,
$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로
$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

2. 등식 $\left(\frac{2+i}{1+\sqrt{2}i}\right)\left(\frac{1-4i}{1-\sqrt{2}i}\right)=a+bi$ 를 만족하는 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $a-3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-3b=9$

해설

(좌변) $=\dfrac{(2+i)(1-4i)}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)}$

$=\dfrac{2-8i+i-4i^2}{1-2i^2}$

$=\dfrac{6-7i}{3}=2-\dfrac{7}{3}i$ 이므로

$2-\dfrac{7}{3}i=a+bi$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a=2,\ b=-\dfrac{7}{3}$

$\therefore\ a-3b=2-3\times\left(-\dfrac{7}{3}\right)=2+7=9$

3. $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$　　② $-1-i$　　③ 0

④ $1+i$　　⑤ $1-i$

해설

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$$

$$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$$

$$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$$

$$=\frac{1}{i}-1=-i-1$$

4. x에 대한 일차방정식 $(a^2+3)x+1=a(4x+1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a^2+3-4a)x=a-1$
모든 x에 대해 성립하려면
$a^2-4a+3=0,\ a-1=0$
공통근 : $a=1$

5. 방정식 $|x-1|=2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때
$|x-1| = x-1$ 이므로, $x-1=2$
$\therefore x=3$
ii) $x<1$ 일 때
$|x-1| = -x+1$ 이므로, $-x+1=2$
$\therefore x=-1$
따라서 (i), (ii) 에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

6. x에 대한 이차방정식 $kx^2+2(k+1)x+k=0$이 중근을 가질 때 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$\frac{D}{4}=b'^2-ac=(k+1)^2-k^2=2k+1$에서

중근을 가질 조건이므로

$\frac{D}{4}=0$이어야 한다.

$2k+1=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$이 실근을 갖도록 실수 k의 범위를 정하면?

① $k < 1$　　② $k \le 1$　　③ $k < 3$

④ $k \le 3$　　⑤ $1 < k < 3$

해설

$3x^2 + 6x + k = 0,$

$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \ge 0$

$3k \le 9 \quad \therefore \ k \le 3$

8. 이차방정식 $x^2+2(k-a)x+k^2+a^2+b-2=0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{D}{4}=(k-a)^2-(k^2+a^2+b-2)=0$

$\therefore\ -2ka-b+2=0$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

k 에 대한 항등식이다.

$a=0,\ b=2$

$\therefore\ a+b=2$

9. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $1+2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-2$

▷ 정답 : $b=5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1+2i$ 이면 다른 한 근은 $1-2i$ 이다.
(두 근의 합) $=(1+2i)+(1-2i)=-a$ ……㉠
(두 근의 곱) $=(1+2i)(1-2i)=b$ ……㉡
$\therefore$ ㉠, ㉡에서
$a=-2,\ b=5$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값을 고르면?

① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$y = x^2 - 6x - 5$
$= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5$
$= (x - 3)^2 - 14$
따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

11. 두 복소수 α, β에 대하여 연산 $\odot$을 $\alpha \odot \beta = \alpha\beta + (\alpha + \beta)i$ 라 할 때, 등식 $(1+i) \odot z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1　　② $-i$　　③ i

④ $1-i$　　⑤ $-1+i$

해설

$\alpha \odot \beta = \alpha\beta + (\alpha + \beta)i$ 이므로

$z = x + yi$ (단, x, y는 실수)라 하면

$(1+i) \odot (x+yi)$

$= (1+i)(x+yi) + (x+1+yi+i)i$

$= x - y + (x+y)i - (y+1) + (x+1)i$

$= x - 2y - 1 + (2x + y + 1)i = 1$

$\therefore$ $x - 2y - 1 = 1 \cdots$ ㉠, $2x + y + 1 = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $x = 0$, $y = -1$　　$\therefore$ $z = -i$

12. 복소수 α, β 에 대하여 연산 $*$ 를 $\alpha * \beta = (\alpha+\beta)-\alpha\beta$라 하자. $z = \dfrac{5}{-2-i}$ 일 때, $z * \bar{z}$ 의 값은?

① -1　　② 1　　③ -9　　④ 9　　⑤ 0

해설

$z = -2+i$, $\bar{z} = -2-i$

$$\begin{aligned} z * \bar{z} &= (z+\bar{z}) - z\bar{z} \\ &= -4-5 \\ &= -9 \end{aligned}$$

13. $z = \dfrac{-2}{1+\sqrt{3}i}$ 일 때, $z^4 - \bar{z}$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\sqrt{3}i$ ② $-\sqrt{3}i$ ③ $2\sqrt{3}i$

④ $-2\sqrt{3}i$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{-2}{1+\sqrt{3}i} \\ &= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} \\ &= \frac{-2(1-\sqrt{3}i)}{4} \\ &= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

$\therefore\ 2z+1 = \sqrt{3}i \cdots$①

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$4z^2+4z+1 = -3 \Leftrightarrow z^2+z+1 = 0 \cdots$②

②의 양변에 $z-1$을 곱해주면

$(z-1)(z^2+z+1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$

$\therefore\ z^3 = 1$ 이므로 $z^4 = z$

$$\begin{aligned} \therefore z^4 - \bar{z} &= z - \bar{z} \\ &= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} - \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\ &= \sqrt{3}i \end{aligned}$$

14. 일차방정식 $a^2x+1=a^4-x$의 해는? (단, a는 실수)

① a　② $a+1$　③ $a-1$
④ a^2-1　⑤ a^2+1

해설

$a^2x+1=a^4-x$ 에서 $a^2x+x=a^4-1$
$(a^2+1)x=(a^2-1)(a^2+1)$
$\therefore x=a^2-1(\because a^2+1>0)$

15. 다음 보기는 방정식 $(ax-1)a = x-1$ 의 해에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ $a=-1$ 이면 해가 없다.

ㄴ $a=1$ 이면 오직 하나의 해를 갖는다.

ㄷ $a \neq \pm 1$ 이 아니면 해는 무수히 많다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

$(ax-1)a = x-1$ 에서
$(a^2-1)x = a-1$
$(a-1)(a+1)x = a-1$
ㄱ $a=-1$ 이면 $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다.
ㄴ $a=1$ 이면 $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.
ㄷ $a \neq \pm 1$ 이면 $x = \dfrac{1}{a+1}$
따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

16. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha + \beta = 2,\ \alpha\beta = 3$

$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$

$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$

$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$

$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$

17. 이차방정식 $f(x)=0$의 두근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=6$이 성립한다. 이 때, 방정식 $f(5x-7)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0,\ (a\neq 0)$에서

$f(5x-7)=a(5x-7-\alpha)(5x-7-\beta)=0$

$\therefore\ 5x=7+\alpha,\ 5x=7+\beta$

$x=\frac{7+\alpha}{5},\ \frac{7+\beta}{5}$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$\frac{14+\alpha+\beta}{5}=\frac{20}{5}=4$

18. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$ 또는 $a > 1$
② $a < -2$ 또는 $a > 2$
③ $1 < a < -1$
④ $-2 < a < 2$
⑤ $a = -1$ 또는 $a = 1$

해설

이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가
x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 에서
판별식의 값은 양이다.
즉 $D = a^2 - 4 > 0$
$\therefore\ a < -2$ 또는 $a > 2$

19. 직선 $y=-x+1$을 x축의 방향으로 m만큼 평행이동 하였더니 이차 함수 $y=x^2-3x$의 그래프에 접하였다. 이때, 상수 m의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $y=-x+1$을 x축의 방향으로
m만큼 평행이동하면
$y=-(x-m)+1=-x+m+1$
이 직선이 $y=x^2-3x$의 그래프와 접하므로
이차방정식 $x^2-3x=-x+m+1$,
즉, $x^2-2x-m-1=0$에서
$\frac{D}{4}=(-1)^2-(-m-1)=0$
$2+m=0 \quad \therefore m=-2$

20. 두 개의 곡선 $y = ax^2 + bx + 8$, $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 두 교점을 연결하는 직선이 $y = -x + 6$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -1,\ b = -1$ ② $a = -1,\ b = 0$

③ $a = 1,\ b = 0$ ④ $a = 1,\ b = -1$

⑤ $a = 0,\ b = 1$

해설

$y = ax^2 + bx + 8 \quad \cdots ①$
$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \cdots ②$
$y = -x + 6 \quad \cdots ③$

두 교점을 ①, ②, ③이 모두 지나므로
②, ③의 교점을 ①이 지난다고 생각해도 좋다.
②, ③을 연립하여 풀면
교점은 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 7)$ 이고,
이 두 점을 곡선 ①이 지나므로
$4a + 2b + 8 = 4,\ a - b + 8 = 7$
$\therefore\ a = -1,\ b = 0$

21. 함수 $y = (x^2 - 2x + 3)^2 - 2(x^2 - 2x + 3) + 1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t = x^2 - 2x + 3$ 으로 놓으면
$y = t^2 - 2t + 1 = (t - 1)^2 \cdots$ ㉠
또, $t = (x - 1)^2 + 2$ 이므로
$t \geq 2 \cdots$ ㉡
㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은
$t = 2$일 때 1이다.

22. 차가 12 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x, $x+12$ 라 하면

$y = x(x+12)$

$\quad = x^2 + 12$

$x = (x+6)^2 - 36$

$x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.

$x = -6$, $\ -6 + 12 = 6$

따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

23. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t-3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

24. 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 $a,\ b$라 할 때 $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+1}$의 값은?

① 4　② 1　③ $\sqrt{6}$　④ $2\sqrt{6}$　⑤ 6

해설

$x^2-4x+1=0$에서 $\frac{D}{4}=(-2)^2-1=3>0$ 이므로

$a,\ b$ 는 서로 다른 실수이고, 근과 계수의 관계에 의하여

$a+b=4,\ ab=1$ 이므로 $a>0,\ b>0$

$a,\ b$를 식에 대입하면

$a^2-4a+1=0,\ b^2-4b+1=0$

$\therefore a^2+1=4a,\ b^2+1=4b$

$\therefore \sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+1}=\sqrt{4a}+\sqrt{4b}$

$=2(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\because a>0,\ b>0)$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$

$=6(\because a+b=4, ab=1)$

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{6}$

25. 이차방정식 $x^2+kx+3k-11=0$의 두 근의 차가 최소가 되도록 실수 k의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2+kx+3k-11=0$의 두 근을 α, β라고 하면
$\alpha+\beta=-k,\ \alpha\beta=3k-11$
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=k^2-12k+44=(k-6)^2+8$
따라서 $k=6$일 때 $(\alpha-\beta)^2$는 최소

해설

$|\alpha-\beta|=\dfrac{\sqrt{D}}{|a|}$이므로
$|\alpha-\beta|=\dfrac{\sqrt{k^2-12k+44}}{1}$
$\therefore\ k^2-12k+44$가 최소이려면 $k=6$

26. a, b, c는 실수이고, $a > 0, ac-b^2 > 0, b \neq 0$이라 할 때, x의 이차방정식 $x^2-(a+c)x+ac-b^2=0$의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 서로 다른 두 개의 음의 근
② 서로 다른 두 개의 양의 근
③ 양의 중근
④ 음의 중근
⑤ 서로 다른 두 허근

해설

$x^2-(a+c)x+ac-b^2=0$의 판별식을 D라 하면
$D=(a+c)^2-4(ac-b^2)$
$\quad =(a-c)^2+4b^2>0 \cdots$ ㉠ ($\because\ b \neq 0$)
$a>0,\ ac>b^2>0$에서 $c>0$이므로
(두 근의 곱)$=ac-b^2>0 \cdots$ ㉡
(두 근의 합)$=a+c>0 \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 주어진 방정식은 서로 다른 두 개의 양의 근을 가진다.

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3,\ -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$
$(1,\ 2)$ 를 대입하면
$2 = 4a - 4$
$\therefore a = \frac{3}{2}$
$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$
$a = \frac{3}{2},\ b = -9,\ c = \frac{19}{2}$
$\therefore\ a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$

28. $1 \le x \le a$ 에서 함수 $y = x^2 - 2x - 3a$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 4 일 때, a 의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$y = x^2 - 2x - 3a = (x-1)^2 - 3a - 1$

최솟값 : $x = 1$ 일 때 $\Rightarrow -3a - 1$

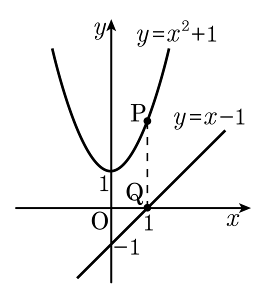
최댓값 : $x = a$ 일 때 $\Rightarrow a^2 - 5a$

$\therefore a^2 - 5a - (-3a - 1) = 4$

$\Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$

$a = 3 \ (\because a > 1)$

29. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하면?



① $\frac{1}{2}$　　② $\frac{7}{4}$　　③ $\frac{6}{5}$

④ $\frac{7}{3}$　　⑤ $\frac{5}{2}$

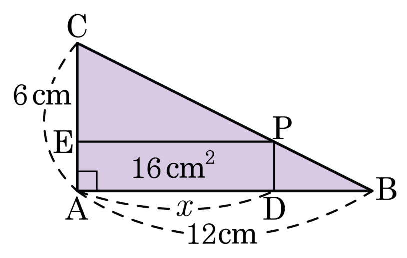
해설

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ t^2+1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t-1)$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}} &= t^2+1-(t-1)\\ &= t^2-t+2\\ &= \left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

30. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x\left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$

$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$

$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$

$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

31. 복소수 $z_1 = 1-i$에 대하여 $z_{n+1} = \overline{z_n} + (1+i)$이라 하자. $z_{100} = a+bi$라 할 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 실수이고 $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

① 98　② 99　③ 100　④ 101　⑤ 102

해설

$z_1 = 1 - i$

$z_2 = 1 + i + 1 + i = 2 + 2i$

$z_3 = 2 - 2i + 1 + i = 3 - i$

$z_4 = 4 + 2i \cdots$

$\Rightarrow z_{2n} = 2n + 2i, z_{2n-1} = (2n-1) - i$ (n 은 자연수)

$\therefore z_{100} = 100 + 2i, a + b = 102$

32. 실수 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_9$ 가 $16 + x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_9 = 0$ 을 만족할 때, $\sqrt{x_1} \times \sqrt{x_2} \times \cdots \times \sqrt{x_9}$ 의 값들의 곱을 구하면?

① 8　　② 16　　③ 24　　④ 36　　⑤ 14

해설

$x_1 \times x_2 \times\ \cdots\ x_9 = -16$ 이므로
$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_9$ 중에서 음수의 개수는 홀수개이다.
이 중에서 음수인 것들은 그 절대값을 취하여
$y_1,\ y_2,\ y_3,\ \cdots,\ y_m\ \ (y_i > 0)$ 이라 하고 양수인 것들은
$z_1,\ z_2,\ z_3,\ \cdots,\ z_n\ (z_i > 0)$ 이라 하자.
그러면 $y_1 y_2 \cdots y_m z_1 z_2 \cdots z_n = 16\ (m + n = 9,\ m :$ 홀수$)$
i) $m = 4k + 1\ (k = 0,\ 1,\ 2)$ 일 때,

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \sqrt{y_1 y_2 \cdots y_m z_1 z_2 \cdots z_n} \cdot i^{4k+1} \\
&= \sqrt{16} \times (i^4)^k \times i \\
&= 4i
\end{aligned}
$$

ii) $m = 4k + 3\ (k = 0,\ 1)$ 일 때,

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \sqrt{y_1 y_2 \cdots y_m z_1 z_2 \cdots z_n} \cdot i^{4k+3} \\
&= \sqrt{16} \times (i^4)^k \times i^3 \\
&= -4i
\end{aligned}
$$

$\therefore$ i), ii) 에서 $4i \times (-4i) = 16$

33. x 에 관한 이차방정식 $x^2-4(a-1)x+a-2b=0$ 이 중근을 가질 때, b 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{32}$

해설

$x^2-4(a-1)x+a-2b=0$ 가 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=4(a-1)^2-(a-2b)=4a^2-9a+4+2b=0$

$\therefore\ b=-2a^2+\frac{9}{2}a-2=-2\left(a-\frac{9}{8}\right)^2+\frac{17}{32}$

따라서 $a=\frac{9}{8}$ 일 때, b 는 최댓값 $\frac{17}{32}$ 을 갖는다.