

1. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

2. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

3. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

4. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$

5. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

6. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

7. $\frac{108}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3 ,$$

$\frac{108}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 은 3 이다.

8. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 3×5

④ 5^2

⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

9. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

10. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

11. $2^2 \times 5^2 \times a^2$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a 는 2, 5 를 제외한 소수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 27 개

해설

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 27(\text{개})$$

12. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

- ① 210 ② 300 ③ 2450 ④ 700 ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

① $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

② $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

③ $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)

④ $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

⑤ $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

13. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16 개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 약수의 개수가 16 개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

14. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$