

1.  $x$  에 대한 다항식  $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$  에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면  $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$  이다.
- ㉡ 오름차순으로 정리하면  $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$  이다.
- ㉢ 주어진 다항식은  $x$  에 대한 3 차식이다.
- ㉣  $x^3$  의 계수는 3이다.
- ㉤ 상수항은  $-4$  이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣  $x^3$  의 계수는  $3y$  이다.

㉤ 상수항은  $5y - 4$  이다.

2.  $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$  을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

①  $4x^2 - 6x + 1$

②  $4x^2 - 7x + 3$

③  $4x^2 - 4x + 5$

④  $4x^2 - 8x + 2$

⑤  $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫:  $4x^2 - x - 2$ , 나머지:  $-5x + 3$

$\therefore$  몫과 나머지의 합은  $4x^2 - 6x + 1$

3.  $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여, 항상  $ax+by=7$ 이 성립할 때,  $a, b$ 의 값을 구하여라. ( $a, b$ 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

4. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

5.  $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$  가  $x - 2$ 를 인수로 가질 때,  $k$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(x)$  가  $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉,  $f(2) = 0$ 을 만족시키는  $k$ 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

7. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$  이  $x$  에 관한 항등식일 때, 상수  $b$  의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8	← c	
	↑			
	a			

해설

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을  $x-1$  로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

8. 두 다항식  $x^3 + 1$ ,  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

①  $x$

②  $x + 1$

③  $x + 2$

④  $x - 1$

⑤  $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는  $x + 1$

9. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}
 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
 &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\
 &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\
 &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\
 &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\
 &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\
 &= 4a + 7b
 \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

㉣  $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$ : 결합법칙

10. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

①  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

②  $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤  $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

11.  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$  의 전개식으로 옳은 것은?

①  $a^3 + b^3$

②  $a^6 + b^6$

③  $a^6 - b^6$

④  $a^9 + b^9$

⑤  $a^9 - b^9$

해설

$$(\text{준 식}) = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$$

12.  $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

$x^3$ 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

13.  $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$  을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$$

$$= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19} \text{로 놓으면}$$

계수들의 총합  $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$  는 양변에  $x = 1$  을 대입한 결과와 같으므로 항등식의 성질에서

$$(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$$

14.  $16a^4 - 250ab^3$  의 인수가 아닌 것은?

①  $a$

②  $2a - 5b$

③  $2a(2a - 5b)$

④  $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤  $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\ &= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\ &= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

15.  $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$  를 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$  이다.  $a+b+c-d$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

### 해설

$x^2 + x = A$  로 치환하면

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-1)(x+2)(x+4) + 24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\} + 24 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 24 \\ &= (A - 2)(A - 12) + 24 \\ &= A^2 - 14A + 48 = (A - 6)(A - 8) \\ &= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 8) \\ &= (x - 2)(x + 3)(x^2 + x - 8) \\ \therefore a + b + c - d &= -2 + 3 + 1 - (-8) = 10 \end{aligned}$$

16. 자연수  $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$  의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답:            개

▷ 정답: 49        개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$

$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$

$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$

17. 두 다항식  $A, B$ 의 최대공약수  $G$ 를  $A \cdot B$ , 최소공배수  $L$ 을  $A \star B$ 로 나타내기로 한다. 다음 중  $(A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB)$ 와 같은 것은?

① 1

②  $A$

③  $AB$

④  $AL$

⑤  $AG$

해설

$A = aG, B = bG$  ( $a, b$ 는 서로소)라 하면

$$A^2 \cdot B^2 = a^2G^2 \cdot b^2G^2 = G^2$$

$$A^2 \cdot AB = a^2G^2 \cdot abG^2 = aG^2$$

$$\therefore (A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB) = G^2 \star aG^2 = aG^2 = AG$$

18. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

$$\textcircled{1} (x-a)(x-b)(x-c) \\ = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} \\ = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$\textcircled{3} (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\textcircled{4} (x+a)(x+b)(x+c) \\ = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$\textcircled{5} (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

### 해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각  $a, b, c$ 라 하면 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \dots \textcircled{㉠}$$

또, 모든 모서리의 길이의 합은 176이므로

$$4(a+b+c) = 176$$

$$\therefore a+b+c = 44 \dots \textcircled{㉡}$$

이 때, 직육면체의 겉넓이는  $2(ab+bc+ca)$ 이므로

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \dots \textcircled{㉢}$$

따라서  $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을  $\textcircled{㉢}$ 에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152이다.

19. 등식  $\frac{2x^2 + 13x}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$  가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $A, B, C$ 의 값을 정할 때,  $A + B + C$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

### 해설

양변에  $(x+2)(x-1)^2$ 을 곱하면

$2x^2 + 13x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$ 에서

$x = 1, -2, 0$ 을 차례로 대입하여  $A, B, C$ 를 구하면

$B = 5, C = -2, A = 4$

$\therefore A + B + C = 7$

20.  $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니  $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.  
이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

21.  $2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12$ 를  $x, y$ 의 두 일차식의 곱으로 인수분해하면,  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c + d$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12 \quad (\leftarrow x \text{에 관하여 정리}) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y^2 - 4y - 12) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y + 2)(y - 6) \\ &= \{x + (y + 2)\}\{2x - (y - 6)\} \\ &= (x + y + 2)(2x - y + 6) \\ \therefore & a = 1, b = 2, c = -1, d = 6 \\ \therefore & a + b + c + d = 8 \end{aligned}$$

22.  $f(2) = -15$ ,  $g(-2) = 5$ 인 두 이차식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ , 최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 일 때,  $f(-2) + g(2)$ 의 값은?

① 8

② 18

③ 28

④ 38

⑤ 48

해설

곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ 이고,

최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 이므로

두 이차식은  $(x+3)(x-5)$ ,  $(x+3)(x+7)$

$f(2) = -15$ 이므로  $f(x) = (x+3)(x-5)$

$g(-2) = 5$ 이므로  $g(x) = (x+3)(x+7)$

$$\begin{aligned}\therefore f(-2) + g(2) &= (-2+3)(-2-5) + (2+3)(2+7) \\ &= (-7) + 45 = 38\end{aligned}$$

23.  $n$ 이 자연수일 때,  $x^{2n}(x^2 + ax + b)$ 를  $(x + 2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $4^n(x + 2)$ 가 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a + b$ 의 값을 구하면?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad f(x) &= x^{2n}(x^2 + ax + b) \\ &= (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2) \end{aligned}$$

$$f(-2) = 4^n(4 - 2a + b) = 0$$

$$\therefore b = 2a - 4$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad f(x) &= x^{2n}(x^2 + ax + 2a - 4) \\ &= x^{2n}(x + 2)(x + a - 2) \\ &= (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2) \end{aligned}$$

$$\therefore x^{2n}(x + a - 2) = (x + 2)Q(x) + 4^n$$

$x = -2$ 를 대입하면

$$4^n(-4 + a) = 4^n, \quad -4 + a = 1$$

$$\therefore a = 5$$

$$b = 2a - 4 \text{ 에서 } b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

24. 다항식  $f(x)$ 는 다항식  $g(x)$ 로 나누어떨어진다.  $f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 하고,  $Q(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각  $h(x), r(x)$ 라고 할 때,  $f(x)$ 를  $\{g(x)\}^2$ 으로 나눈 몫과 나머지는?

- ① 몫  $Q(x)$ , 나머지  $r(x)$
- ② 몫  $h(x)$ , 나머지  $g(x)r(x)$
- ③ 몫  $Q(x)h(x)$ , 나머지  $h(x)r(x)$
- ④ 몫  $h(x)$ , 나머지  $r(x)$
- ⑤ 몫  $g(x)h(x)$ , 나머지  $g(x)r(x)$

해설

$$f(x) = g(x)Q(x) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$Q(x) = g(x)h(x) + r(x) \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = \{g(x)\}^2 h(x) + g(x)r(x)$$

$r(x)$ 가  $g(x)$ 보다 낮은 차수이므로  $g(x)r(x)$ 는  $\{g(x)\}^2$ 보다 낮은 차수이다.

따라서, 나머지는  $g(x)r(x)$ 이고 몫은  $h(x)$ 이다.

25.  $a, b, c, d$ 가 실수이고  $a^2 - b^2 = 3$ ,  $c^2 + d^2 = 4$ ,  $ab = 1$ ,  $cd = 2$  일 때,  $a^2d^2 - b^2c^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$a^2 - b^2 = 3 \cdots \text{㉠}$$

$$c^2 + d^2 = 4 \cdots \text{㉡}$$

$$ab = 1 \cdots \text{㉢}$$

$$cd = 2 \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉡}, \text{㉣} \text{에서 } (c - d)^2 = 0 \quad (\because 2cd = 4)$$

$$\therefore c = d, \quad c^2 = d^2 = 2 \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉠}, \text{㉤} \text{에서 } a^2d^2 - b^2c^2 = 2(a^2 - b^2) = 2 \times 3 = 6$$