

1. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

공통근 : $a = 1$

2. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

3. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(1-i)x^2 + (1+i)x - 2 = 0$$

① $x = -1$ 또는 $x = -i$

② $x = -1$ 또는 $x = -1 - i$

③ $x = -1$ 또는 $x = -1 + i$

④ $x = 1$ 또는 $x = -1 - i$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -1 + i$

해설

x^2 의 계수를 실수로 만들기 위해 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)^2x - 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 + 2ix - 2(1+i) = 0$$

$$(x-1)\{x+(1+i)\} = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1 - i$$

4. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 5$$

ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -5$$

i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

5. 두 양의 실수 x, y 가 $2x^2 + xy - 2y^2 = 0$ 을 만족할 때, $\frac{x}{y}$ 를 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$

② $\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$

③ $\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}$

④ $\frac{1 + \sqrt{17}}{4}$

⑤ $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$

해설

$x > 0, y > 0$ 에서 $2x^2 + xy - 2y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{x}{y}\right) - 2 = 0$$

$$\frac{x}{y} = t \text{라 하면 } (t > 0)$$

$$2t^2 + t - 2 = 0$$

근의 공식에 대입하면

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\therefore t = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \quad (t > 0) \quad \frac{x}{y} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$$