

1. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14 = 18$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2$$

2. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

3. $\sqrt{28} \sqrt{231} = A \sqrt{33}$, $4\sqrt{3} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B - A = 34$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{28} \sqrt{231} &= \sqrt{2^2 \times 7} \sqrt{3 \times 7 \times 11} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2 \times 11} = 14 \sqrt{33}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 14$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$$

$$\therefore B = 48$$

$$\therefore B - A = 48 - 14 = 34$$

4. $4\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , $5 - 2\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 b 라고 할 때, $a + 4b$ 의 값은?

① $4\sqrt{3} + 2$

② $4\sqrt{3} + 1$

③ $4\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3} - 1$

⑤ $4\sqrt{3} - 2$

해설

$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$, $6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로

$4\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 6,

소수 부분은 $a = 4\sqrt{3} - 6$

$-4 < -\sqrt{12} < -3$ 이고 $1 < 5 - \sqrt{12} < 2$ 이므로

$5 - 2\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 $b = 1$

$$\therefore a + 4b = 4\sqrt{3} - 6 + 4 = 4\sqrt{3} - 2$$

5. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\begin{aligned}\therefore f(80) + f(45) &= 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 \\ &= 7\sqrt{5} - 14\end{aligned}$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

6. $\sqrt{11}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a^2 + 6a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \sqrt{11} - 3$$

$a + 3 = \sqrt{11}$ 의 양변을 제곱하면

$$a^2 + 6a + 9 = 11$$

$$\therefore a^2 + 6a = 2$$

7. $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1}$ 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{2}$

② $2 + \sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{2} - 2$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1} &= \frac{a^2(a + 1) - 3(a + 1)}{a + 1} \\ &= \frac{(a^2 - 3)(a + 1)}{a + 1} \\ &= a^2 - 3 = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

8. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\&= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\&\quad (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\&= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\&= 4\sqrt{6}\end{aligned}$$

9. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 8$ 의 값은?

① -9

② -8

③ -7

④ 6

⑤ 5

해설

$$x - 1 = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 1)^2 - 9$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 9$$

$$= 2 - 9$$

$$= -7$$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 12x + a = b$ 가 중근을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

주어진 방정식이 중근을 가지려면

$x^2 + 12x + a - b = 0$ 이 (완전제곱식) $=0$ 의 꼴이 되어야 하므로
 $(x + 6)^2 = 0$ 이다.

$$\therefore a - b = 36$$

11. x 에 관한 이차방정식 $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 중근 a 를 가질 때, ak 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

중근을 가지려면, $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = -(x^2 - 4kx + 3k^2 + 4)$$

$$\therefore \left(-4k \times \frac{1}{2}\right)^2 = 3k^2 + 4$$

$$4k^2 = 3k^2 + 4, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$k = \pm 2$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 \pm 8x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$$\therefore k = 2 \text{ 일 때, 중근 } a = 4 \text{ 또는 } k = -2 \text{ 일 때, 중근 } a = -4$$

$$\therefore ak = 8$$

12. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 음수 k 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

$$\therefore k = 5 \text{ 또는 } k = -1$$