

1. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x
x	1

▶ 답:

▷ 정답: $x + 1$

해설

총 넓이는 $x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 1)$

2. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

3. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60-36}{2} = 12$$

$$M-2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

4. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

5. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} &= \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28} \\ &= 8 = 4\sqrt{4} \\ 4\sqrt{x} &= 4\sqrt{4} \text{ 이므로 } x = 4\end{aligned}$$

6. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a < c$ ② $a \times c < b$ ③ $b < a^2 + c^2$
 ④ $a < \frac{b}{c}$ ⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times a \sqrt{6} &= 18 \\ \rightarrow 18 \div \sqrt{6} &= \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \\ \sqrt{5} \times \sqrt{b} &= 15 \\ \rightarrow 15 \div \sqrt{5} &= \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45} \\ \sqrt{1.28} &= \sqrt{2} \div \frac{10}{c} \\ \rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 &= \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

- ① $3 < 8 \rightarrow a < c$
 ② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$
 ③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$
 ④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$
 ⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

7. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

8. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

9. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

- ① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$ ② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$ ③ $-14-2\sqrt{10}$
④ $14+2\sqrt{10}$ ⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} = \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}}$$

$$= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6}$$

$$= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6}$$

$$= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6}$$

$$= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3}$$

10. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a]+a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3}-1$

② $\sqrt{3}+1$

③ $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a]+a} = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{1.\dots}{2.\dots} = 0.\dots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ 이다.

11. 이차방정식 $(x+5)(m-x) = n$ 이 중근 $x = -3$ 을 가질 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + (5-m)x - 5m + n = 0$ 과 $(x+3)^2 = 0$ 에서
 $(x+3)^2 = 0$ 을 전개한 후, x 의 계수와 상수항을 비교해 보면
 $5-m = 6, m = -1$
 $-5m + n = 9, n = 4$
 $\therefore m+n = 3$

12. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

13. $3\sqrt{2\sqrt{18}\sqrt{324}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\begin{aligned}3\sqrt{2\sqrt{18}\sqrt{324}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18}\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times(2\times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18\end{aligned}$$

14. $\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 의 값의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수

$x = 3, 4, \dots, 21, 22$

이중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 정수

$x = 3, 12$ 로 두 개뿐이다.

15. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$ ㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$
㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < 5-3x < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < 1-x < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < 2x-3 < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \text{㉠} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 2\sqrt{2} +$ ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

17. 식 $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ 을 완전제곱식의 형태로 바꾼다면 $(pa+qb)^2$ 이라고 할 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = \frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)\left(\frac{1}{2}a - b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)^2\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

18. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta) \text{로 놓으면}$$

$$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$a + 3 = -(\alpha + \beta) \text{에서 } a = -\alpha - \beta - 3$$

$$3a - 3 = \alpha\beta \text{에서 } a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$$

$$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$$

$$\alpha + 3 = \pm 1 \text{ 일 때, } \beta + 3 = \mp 3 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha, \beta) = (-2, -6) (-4, 0)$$

$$\therefore a = -\alpha - \beta - 3 \text{ 에서 } a = 1, 5$$

19. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이때, $a-b+c-d$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$$x^2 - 2(2y+3)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - 2(2y+3)x + (y-2)(3y+8)$$

$$= (x-y+2)(x-3y-8)$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = -3, d = -8$$

$$\therefore a - b + c - d = 2$$

20. 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$2^2 - 4^2 + 6^2 - 8^2 + 10^2 - 12^2 + 14^2 - 16^2$$

- ① -128 ② -132 ③ -144 ④ -156 ⑤ -162

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (2-4)(2+4) + (6-8)(6+8) \\ &\quad + (10-12)(10+12) + (14-16)(14+16) \\ &= -2(6+14+22+30) = -144 \end{aligned}$$

21. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3} \\ &= \sqrt{(p-1)^2+4p} + \sqrt{(p-1)^2-2p+3} \\ &= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} \end{aligned}$$

이때, $2 < p+1 < 3$ 이고, $-1 < p-2 < 0$ 이므로

$$\therefore (\text{주어진 식}) = p+1 - (p-2) = 3$$

22. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

23. 이차방정식 $4x^2 + px - 5p = 0$ 을 $(2x-A)^2 = B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B = 0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. ($p \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$4x^2 + px - 5p = 0$ 을 변형하면

$$\left(2x + \frac{p}{4}\right)^2 = 5p + \frac{p^2}{16}$$

즉, $B = 0$ 이므로

$$5p + \frac{p^2}{16} = 0$$

$$80p + p^2 = 0$$

$$p(p + 80) = 0$$

$p \neq 0$ 이므로

$$\therefore p = -80$$

따라서 $A = -\frac{p}{4} = 20$ 이다.

24. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

- ① $24 + 5\sqrt{21}$ ② $26 + 6\sqrt{23}$ ③ $28 + 7\sqrt{26}$
④ $32 + 8\sqrt{23}$ ⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{12}x - \frac{1}{3} &= \frac{3}{2x} \text{의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면} \\ x^2 - 4x - 18 &= 0 \\ x^2 - 4x + 4 &= 18 + 4 \\ (x-2)^2 &= 22 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{22} \\ \alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha &= 2 + \sqrt{22} \\ \therefore \alpha^2 + 4\alpha &= 34 + 8\sqrt{22} \end{aligned}$$