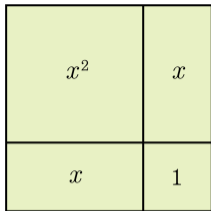


1. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $x + 1$

해설

총 넓이는 $x^2 + 2x + 1$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 1)$

2. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

3. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

4. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

5. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} &= \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28} \\ &= 8 = 4\sqrt{4}\end{aligned}$$

$$4\sqrt{x} = 4\sqrt{4} \text{ 이므로 } x = 4$$

6. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a < c$

② $a \times c < b$

③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$$

$$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$$

$$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$$

$$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

7. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} &= \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

8. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

9. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

① $\frac{-13 - 4\sqrt{10}}{3}$

② $\frac{13 - 4\sqrt{10}}{3}$

③ $-14 - 2\sqrt{10}$

④ $14 + 2\sqrt{10}$

⑤ $18 + 2\sqrt{10}$

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3} \end{aligned}$$

10. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1. \dots}{2. \dots} = 0. \dots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

11. 이차방정식 $(x + 5)(m - x) = n$ 이 중근 $x = -3$ 을 가질 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2 + (5 - m)x - 5m + n = 0$ 과 $(x + 3)^2 = 0$ 에서

$(x + 3)^2 = 0$ 을 전개한 후, x 의 계수와 상수항을 비교해 보면

$$5 - m = 6, \quad m = -1$$

$$-5m + n = 9, \quad n = 4$$

$$\therefore m + n = 3$$

12. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3} \sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

13. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\begin{aligned}3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2 \times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18 \times (2 \times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2 \times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18\end{aligned}$$

14. $\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 의 값의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수

$x = 3, 4, \dots, 21, 22$

이중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 정수

$x = 3, 12$ 로 두 개뿐이다.

15. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < |5-3x| < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < |1-x| < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < |2x-3| < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{A} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{B} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x \qquad \qquad = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

\textcircled{B} 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

17. 식 $\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2$ 을 완전제곱식의 형태로 바꾼다면 $(pa + qb)^2$ 이라고 할 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = \frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 &= \left(\frac{1}{2}a - b\right) \left(\frac{1}{2}a - b\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}a - b\right)^2\end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

18. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta)$ 로 놓으면

$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$a + 3 = -(\alpha + \beta)$ 에서 $a = -\alpha - \beta - 3$

$3a - 3 = \alpha\beta$ 에서 $a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$

$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$

$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$

$\alpha + 3 = \pm 1$ 일 때, $\beta + 3 = \mp 3$ 이므로

$(\alpha, \beta) = (-2, -6) (-4, 0)$

$\therefore a = -\alpha - \beta - 3$ 에서 $a = 1, 5$

19. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이때, $a - b + c - d$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$$x^2 - 2(2y + 3)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - 2(2y + 3)x + (y - 2)(3y + 8)$$

$$= (x - y + 2)(x - 3y - 8)$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = -3, d = -8$$

$$\therefore a - b + c - d = 2$$

20. 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$2^2 - 4^2 + 6^2 - 8^2 + 10^2 - 12^2 + 14^2 - 16^2$$

① -128

② -132

③ -144

④ -156

⑤ -162

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (2 - 4)(2 + 4) + (6 - 8)(6 + 8) \\ &\quad + (10 - 12)(10 + 12) + (14 - 16)(14 + 16) \\ &= -2(6 + 14 + 22 + 30) = -144 \end{aligned}$$

21. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3} \\ &= \sqrt{(p-1)^2+4p} + \sqrt{(p-1)^2-2p+3} \\ &= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} \end{aligned}$$

이때, $2 < p + 1 < 3$ 이고, $-1 < p - 2 < 0$ 이므로

\therefore (주어진 식) $= p + 1 - (p - 2) = 3$

22. 직선 $ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$ax - 2y = -8$ 이 점 $(a - 2, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a - 2) - 2a^2 = -8$$

$$a^2 - 2a - 2a^2 + 8 = 0$$

$$-a^2 - 2a + 8 = 0, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 2$$

$ax - 2y = -8, y = \frac{a}{2}x + 4$ 이므로

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

23. 이차방정식 $4x^2 + px - 5p = 0$ 을 $(2x - A)^2 = B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B = 0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. ($p \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$4x^2 + px - 5p = 0$ 을 변형하면

$$\left(2x + \frac{p}{4}\right)^2 = 5p + \frac{p^2}{16}$$

즉, $B = 0$ 이므로

$$5p + \frac{p^2}{16} = 0$$

$$80p + p^2 = 0$$

$$p(p + 80) = 0$$

$p \neq 0$ 이므로

$$\therefore p = -80$$

따라서 $A = -\frac{p}{4} = 20$ 이다.

24. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$