

1. $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ 을 인수분해하면?

① $\left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

② $\left(x + \frac{1}{6}\right) (x + 1)$

③ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

④ $(x - 1) \left(x - \frac{1}{6}\right)$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$

해설

$a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{3}$ 라 하면 $a + b = -\frac{5}{6}$, $ab = \frac{1}{6}$ 이므로

$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$ 이 성립한다.

2. $5x^2 - Ax - 3 = (Bx + 3)(x + C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B + C = 6$

해설

$$\begin{aligned} 5x^2 - Ax - 3 &= (Bx + 3)(x + C) \\ &= Bx^2 + (BC + 3)x + 3C \end{aligned}$$

$$B = 5$$

$$C = -1$$

$$-A = BC + 3 = -2, A = 2$$

$$\therefore A + B + C = 6$$

3. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 14x + 49 = (x - 7)^2$

② $16x^2 - 48x + 36 = (4x - 6)^2$

③ $9x^2 - 16 = (9x - 4)(x + 4)$

④ $x^2 - 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

⑤ $5x^2 - 14x - 3 = (5x + 1)(x - 3)$

해설

① $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$

③ $9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$

④ $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

4. 다항식 $x^2 - 5x - 6$ 과 $2x^2 - 3x - 5$ 의 공통인 인수는 다음 중 어느 것인가?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x - 6$

④ $x - 5$

⑤ $x + 6$

해설

$$x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

$$2x^2 - 3x - 5 = (2x - 5)(x + 1)$$

따라서 두 식의 공통인 인수는 $x + 1$ 이다.

5. 다음 x 에 대한 이차식에서 인수가 $(x + 1)$, $(2x - 5)$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

$$Ax^2 - 3x + B$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = 7$

해설

$$Ax^2 - 3x + B = (x + 1)(2x - 5)$$

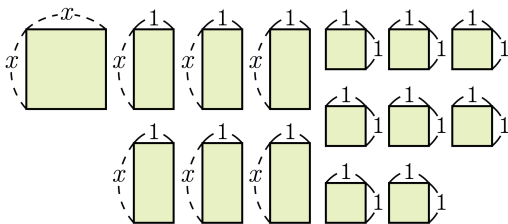
$$Ax^2 - 3x + B = 2x^2 - 3x - 5$$

$$A = 2, B = -5$$

$$\therefore A - B = 2 - (-5) = 7$$

6. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x , 1 인 직사각형 6 개, 한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다.

이 직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 할 때, $(b-a)^2$ 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이 : x^2

세로, 가로가 각각 x , 1 인 직사각형 6 개의 넓이 : $6x$

한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개의 넓이 : 8

따라서 직사각형의 넓이는 $x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$

가로 길이를 $x+2 = a$, 세로 길이를 $x+4 = b$ 라 하면

$$(b-a)^2 = \{(x+4) - (x+2)\}^2 = 2^2 = 4$$

7. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

$$\therefore a+3b = -1+9=8$$

8. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ()안에 들어갈 식이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+1)(\textcircled{2})+1 \\ &= (x^2+3x)(\textcircled{3})+1 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+2A+1=(A+1)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

① $x+3$

② $x+2$

③ x^2+3x+2

④ x^2+3

⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

9. $x^2 - 5x + A$, $4x^2 + Bx + 4$ 가 실수의 범위에서 완전제곱식이 되도록 하는 AB 의 값을 구하여라. (단, $B < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -50$

해설

$$x^2 - 5x + A = (x + a)(x + a)$$

$$a + a = -5$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore A = a^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + Bx + 4 = (2x + b)(2x + b)$$

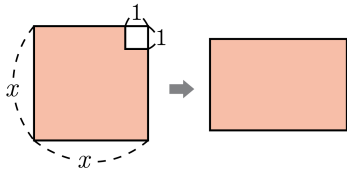
$$b^2 = 4, b = \pm 2$$

$$B = 4b$$

$$\therefore B = 4b = -8 (B < 0)$$

$$\therefore AB = \frac{25}{4} \times (-8) = -50$$

10. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 넓이를 뺀다. 이때, 이 넓이를 직사각형으로 나타냈을 때, 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 1$

▷ 정답 : $x - 1$

해설

두 넓이를 빼면 $x^2 - 1$ 이므로 $(x + 1)(x - 1)$

11. 어떤 이차식 $ax^2 + bx + c$ 를 인수 분해하는데 수미는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $3(x-1)(x-4)$ 가 되었고, 현정이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $3(x-1)(x+5)$ 가 되었다. 이 때, 주어진 이차식을 바르게 인수 분해한 것은?

① $3(x-2)^2$

② $3(x+2)^2$

③ $2(x-2)(x+2)$

④ $3(x-2)(x+2)$

⑤ $3(x-4)(x+5)$

해설

수미는 $3(x-1)(x-4)$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고,
현정이는 $3(x-1)(x+5)$ 에서 x 의 계수 12 를 맞게 보았다.
따라서 $3x^2 + 12x + 12 = 3(x+2)^2$ 이다.

12. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab$, $B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$A = 2a(a - 2b), B = a(ab - 2)$$

- ㉡ B 의 인수는 a , $ab - 2$, $a(ab - 2)$ 이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

13. $(x - y)(x - y + 4) + 4$ 를 인수분해하면 $(ax + by + c)^2$ 꼴의 결과가 나온다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$x - y = A$ 라 하면

$$A(A + 4) + 4 = A^2 + 4A + 4$$

$$= (A + 2)^2$$

$$= (x - y + 2)^2$$

따라서 $a = 1$, $b = -1$, $c = 2$ 이므로

$$a + b + c = 1 - 1 + 2 = 2 \text{ 이다.}$$

14. $xy - 3y + x - 3$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(my + n)$ 일 때, $a + b + m + n$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$y(x - 3) + (x - 3) = (x - 3)(y + 1)$$

$$\therefore a + b + m + n = 1 - 3 + 1 + 1 = 0$$

15. $a^2 - 8a - 9b^2 + 16$ 을 인수분해하면?

- ① $(a + 3b - 4)(a - 3b - 4)$ ② $(a + 3b + 4)(a - 3b - 4)$
③ $(a + 3b + 4)(a + 3b - 4)$ ④ $(a - 3b - 4)^2$
⑤ $(a + 3b + 4)(a - 3b + 4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 8a + 16 - 9b^2 \\&= (a - 4)^2 - (3b)^2 \\&= (a + 3b - 4)(a - 3b - 4)\end{aligned}$$

16. $x^2 + y^2 - 4 - 2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

① $x - y - 2$

② $x - y - 4$

③ $x + y - 2$

④ $x - y + 4$

⑤ $x + y + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 4 - 2xy &= (x - y)^2 - 2^2 \\&= (x - y + 2)(x - y - 2)\end{aligned}$$

17. $x^2 - 49 + 14y - y^2$ 이 x 의 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2(x - y)$

② $y + 14$

③ $2x$

④ $2x - 2y - 7$

⑤ $x - y + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - (y^2 - 14y + 49) &= x^2 - (y - 7)^2 \\ &= (x + y - 7)(x - y + 7)\end{aligned}$$

$$\therefore (x + y - 7) + (x - y + 7) = 2x$$

18. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a - 1)(b - 1)(c + 1)$

② $(a + 1)(b - 1)(c - 1)$

③ $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$

④ $(a - 1)(b + 1)(c - 1)$

⑤ $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 \\ &= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1) \\ &= (a + 1)(bc + b + c + 1) \\ &= (a + 1)(b + 1)(c + 1) \end{aligned}$$

19. 다음 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $\frac{f(x)}{g(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $6ab$ 의 값을 구하여라.

$$f(x) = 6x^2 + 9x + 3, g(x) = 6x + 6$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $6ab = 3$

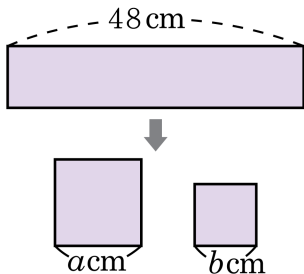
해설

$$\begin{aligned}\frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{6x^2 + 9x + 3}{6x + 6} \\ &= \frac{3(x+1)(2x+1)}{6(x+1)} \\ &= \frac{2x+1}{2} = x + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{2} = ax + b \quad \text{이므로 } a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 6ab = 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3$$

20. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$$4a + 4b = 48 \text{ 이므로 } a + b = 12$$

$$\text{또, } a^2 + b^2 = 74$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$74 = 144 - 2ab$$

$$ab = 35$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4$$

$$a - b > 0, a - b = 2$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$$

21. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$

$$= 2x(x - 5)(\text{ })$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 \text{ 에서 } \text{ } \text{를 A 로 치환한다.}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad x - 1, x - y$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad x - 1, x + y$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad x + 1, x - y$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad x + 1, x + y$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad x, x + y$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉠}} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

22. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

① 2

② 4

③ 5

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\&= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\&= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\&= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\&= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562\end{aligned}$$

23. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -136

해설

$$\begin{aligned} & (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \cdots + (15-16)(15+16) \\ &= -(1+2+3+4+5+\cdots+15+16) \\ &= -(17 \times 8) \\ &= -136 \end{aligned}$$

24. $\frac{99 \times 145 + 99 \times 55}{199^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{99 \times 145 + 99 \times 55}{199^2 - 1} = \frac{99(145 + 55)}{(199 + 1)(199 - 1)} = \frac{1}{2}$$

25. $(\sqrt{5} - 2)^{101} (\sqrt{5} + 2)^{101}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)\}^{101} = 1^{101} = 1$$

26. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{3}$

③ $-2\sqrt{3}$

④ $-3\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

27. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

28. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a + b = 9$ 가 되는 경우는

$(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)$

$\therefore (k \text{의 최댓값}) = 4 \times 5 = 20$

29. $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)$ 로 인수분해될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=4$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)-40 \\ &= (x^2-1)(x^2-4)-40 \\ &= x^4-5x^2-36 \\ &= (x^2+4)(x^2-9) \\ &= (x-3)(x+3)(x^2+4) \text{ 이므로} \\ & a+b+c=4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

30. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 2x$$

$$x^4 = (1 - 2x)^2$$

$$= 1 - 4x + 4x^2$$

$$= 1 - 4x + 4(1 - 2x)$$

$$= 1 - 4x + 4 - 8x$$

$$= 5 - 12x$$

$$\therefore x^4 - 3x^2 + 6x = 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x$$

$$= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x$$

$$= 2$$