

1. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

2. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121

㉡ 39, 65

① 3, 18

② 11, 15

③ 33, 13

④ 11, 13

⑤ 11, 39

해설

㉠
$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 33 \ 121} \\ \underline{ 3 11} \end{array}$$

따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

㉡
$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 39 \ 65} \\ \underline{ 3 5} \end{array}$$

따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

3. 5 로 나누어도 3 이 남고, 6 으로 나누어도 3 이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5 , 6 의 공배수보다 3 만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5 , 6 의 최소공배수는 30 이므로 5 , 6 의 공배수는 30, 60, ... 이다.

따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

4. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.

다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18과 24의 이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.
㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18과 24의 공배수이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

5. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

6. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

7. 두 자연수의 최대공약수는 20 이다. 이 두 수의 공약수를 모두 고르면?

① 3

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 20 의 약수이므로 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다.

따라서 주어진 수 중에서 두 자연수의 공약수를 모두 고르면 5, 10 이다.

8. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

9. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

10. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m

② 16m

③ 18m

④ 20m

⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$48 = x \times \square, 32 = x \times \triangle$$

x 는 48과 32의 최대공약수이므로

$$48 = 2^4 \times 3, 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 2^4 = 16 \text{ (m)}$$

11. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

12. 36 을 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

36 의 약수를 구하면 된다. 36 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 이다. 따라서 9 개이다.

13. 10 이하의 자연수 중 약수의 개수가 3개 이상인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

약수의 개수가 3 개 미만인 수는 1과 소수이다.

10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 4개이므로 약수의 개수가 3개 이상인 수는 $10 - 4 - 1 = 5$ 개이다.

14. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

15. 18 개의 약수를 갖는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$18 = 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

16. 가로 길이가 1200cm, 세로 길이가 $2^3 \times 3^2 \times 5$ cm 인 벽면이 있다.
이 벽면에 가능한 한 큰 정사각형의 타일을 붙이려고 한다. 정사각형의
타일은 몇 개 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 30 개

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는

$$2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 120cm 이므로 필요한
타일의 개수는

$$(1200 \div 120) \times (360 \div 120) = 10 \times 3 = 30 \text{ (개) 이다.}$$

17. 1881 는 a, b, c 의 곱으로 표현된다. $a + b + c$ 의 최솟값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$1881 = 3 \times 3 \times 11 \times 19$$

따라서, 순서에서 상관없이 a, b, c 가 될 수 있는 수를 살펴보면,
(9, 11, 19), (3, 19, 33), (3, 11, 57), (3, 3, 209) 이다.

$$\therefore a + b + c \text{ 의 최솟값} = 9 + 11 + 19 = 39$$

18. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,

$a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.

60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.

하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.

19. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

20. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면

$\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수})$, $\frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는 a 는 3 과 8 의

공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개