1. 다항식 $a^2x+1-x-a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x+1$　　㉡ $a+1$

㉢ x^2+1　　㉣ $a-1$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2x-a^2-x+1\\ &= a^2(x-1)-(x-1)\\ &= (a^2-1)(x-1)\\ &= (a+1)(a-1)(x-1)\end{aligned}$$

2. $ab-b-a+1$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(a-b)(b+1)$ ② $(a+b)(b-1)$ ③ $(a-1)(b-1)$

④ $(a+1)(b-1)$ ⑤ $(a-1)(b+1)$

해설

$ab-b-a+1=b(a-1)-(a-1)=(a-1)(b-1)$

3. $x^2-9+xy-3y$ 를 인수분해하면?

① $(x+3)(x+3+y)$ ② $(x+3)(x+3-y)$

③ $(x-3)(x-3-y)$ ④ $(x-3)(x+3+y)$

⑤ $(x+3)(x-3+y)$

해설

$(x+3)(x-3)+y(x-3)=(x-3)(x+3+y)$

4. 다음 중 $x^2-y^2-2x+2y$ 의 인수인 것은?

① $x-2$　② $x+y$　③ $x-y$

④ $x+y+2$　⑤ $x-y+2$

해설

$(x+y)(x-y)-2(x-y)=(x+y-2)(x-y)$

5. 다음 중 $a^2 - ab - bc + ac$의 인수는?

① $b + c$ ② $a - c$ ③ $a + b$ ④ $a - b$ ⑤ $b - c$

해설

$a(a-b) + c(a-b) = (a-b)(a+c)$

6. 다음 중 $a^3 - a^2 - a + 1$의 인수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하면?

㉠ $a^2 + 1$	㉡ $a^2 - 1$	㉢ $a + 1$
㉣ $a - 1$	㉤ $a^3 + 1$	

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

$$\begin{aligned} a^3 - a^2 - a + 1 &= a^2(a-1) - (a-1) \\ &= (a^2 - 1)(a-1) \\ &= (a-1)^2(a+1) \end{aligned}$$

따라서 $a^3 - a^2 - a + 1$의 인수인 것은 ㉡, ㉢, ㉣이므로 인수가 아닌 것은 남은 2개이다.

7. 식 $xy+bx-ay-ab$ 을 인수분해하면?

① $(x-a)(y-b)$ ② $(x-a)(y+b)$ ③ $(x+a)(y-b)$

④ $(x+a)(y+b)$ ⑤ $(x-b)(y-a)$

해설

(준식) $= x(y+b)-a(y+b)$
$= (x-a)(y+b)$

8. 다음 식 $ax-ay-bx+by$를 인수분해하면?

① $(x-y)(a-b)$ ② $(x-y)(a+b)$

③ $(x+y)(a-b)$ ④ $(x+y)(a+b)$

⑤ $-(x-y)(a+b)$

해설

(준식)$= a(x-y)-b(x-y)=(x-y)(a-b)$

9. 평행사변형의 넓이가 $x^2 + 4x - y^2 - 4y$ 이고, 밑변의 길이가 $x - y$ 일 때, 이 평행사변형의 높이를 구하면?

① $x + y - 4$ ② $x - 2y + 4$ ③ $x + 2y + 2$

④ $x + y + 4$ ⑤ $x + 4y + 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 4(x - y) &= (x + y)(x - y) + 4(x - y) \\ &= (x + y + 4)(x - y) \end{aligned}$$

10. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳지 <u>않은</u> 것은?

$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$
$= x(①) \times (x+1)(②)+1$
$= (x^2+3x)(③)+1$
$(④) = A$ 라 하면
$A^2+2A+1 = (A+1)^2 = (⑤)^2$

① $x+3$ ② $x+2$ ③ x^2+3x+2
④ x^2+3 ⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

11. $x^2+3x=5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3)-3$ 의 값은?

① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$(x^2+3x)(x^2+3x+2)-3=5(5+2)-3=32$

12. 다음 식을 인수분해하면?

$(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)-40$

① $(x+3)^2(x^2+4)$

② $(x-3)^2(x^2+4)$

③ $(x+3)(x-3)(x^2+4)$

④ $(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$

⑤ $(x+2)(x-2)(x^2+3)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-4)(x^2-1)-40 &= x^4-5x^2-36\\ &= (x^2-9)(x^2+4)\\ &= (x+3)(x-3)(x^2+4)\end{aligned}$$

13. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)-10$을 인수분해하면?

① $(x^2-1)(x^2-6)$ ② $(x^2+1)(x^2-6)$

③ $(x^2-1)(x^2+6)$ ④ $(x^2+1)(x^2+6)$

⑤ $(x^2-1)(x^2-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2-4)-10 &= x^4-5x^2+4-10\\ &= x^4-5x^2-6\\ &= (x^2+1)(x^2-6)\end{aligned}$$

14. 다음 중 $x^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$　② $x + 1$　③ $x^2 + 1$

④ $x^2 - 1$　⑤ $x^2 + x - 1$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 1 &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

15. $x^4 - 10x^2 + 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$　② $x + 3$　③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$　⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$

16. $x^4 - 5x^2 + 4$의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+2$ ③ $x+1$ ④ $x-2$ ⑤ $x-4$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

17. 다음은 x^4-81y^4 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 서로 자연수의 합을 구하면?

$$x^4-81y^4=(x^2+\square y^2)(x+\square y)(x-\square y)$$

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$x^4-81y^4=(x^2+9y^2)(x^2-9y^2)$
$=(x^2+9y^2)(x+3y)(x-3y)$
$\therefore 9+3+3=15$

18. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$x^2+2xy+y^2-1 \xleftarrow{\text{㉠}} =(x+y)^2-1 \xleftarrow{\text{㉡}} =(x+y+1)(x+y-1)$$

보기

(가) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
(나) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(다) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
(라) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

① (가), (나) ② (나), (가) ③ (가), (다)
④ (다), (가) ⑤ (가), (라)

해설

$x^2+2xy+y^2-1$
$=(x+y)^2-1$ → $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 이용
$=(x+y+1)(x+y-1)$ → $(a^2-b^2)=(a+b)(a-b)$

19. $x^2-2xy-1+y^2$을 인수분해하면?

① $(x-y+1)(x-y-1)$ ② $(x+y+1)(x+y-1)$

③ $(x-y+1)(x+y-1)$ ④ $(x-y-1)(x+y-1)$

⑤ $(x+y+1)(x-y-1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2-2xy-1+y^2 &= (x^2-2xy+y^2)-1 \\ &= (x-y)^2-1^2 \\ &= (x-y+1)(x-y-1) \end{aligned}$$

20. $x^2+y^2-4-2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

① $x-y-2$ ② $x-y-4$ ③ $x+y-2$

④ $x-y+4$ ⑤ $x+y+2$

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2-4-2xy &= (x-y)^2-2^2 \\ &= (x-y+2)(x-y-2) \end{aligned}$$

21. $x^2-49+14y-y^2$ 이 x 의 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2(x-y)$ ② $y+14$ ③ $2x$

④ $2x-2y-7$ ⑤ $x-y+2$

해설

$$x^2-(y^2-14y+49)=x^2-(y-7)^2$$
$$=(x+y-7)(x-y+7)$$
$$\therefore (x+y-7)+(x-y+7)=2x$$

22. $2+\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1-\sqrt{x})^2+\frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$3<2+\sqrt{3}<4$ 이므로
$2+\sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3}-1$ 이다.
$x=3,\ y=\sqrt{3}-1$

$$(1-\sqrt{3})^2+\frac{4}{\sqrt{3}-1}$$

$$=4-2\sqrt{3}+\frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=6$$

23. 다항식 $x^2-4xy+3y^2-7x+5y-8$ 을 인수분해하면?

① $(x+3y-8)(x+y+1)$ ② $(x-3y+8)(x+y+1)$

③ $(x+3y-8)(x-y-1)$ ④ $(x-3y+2)(x-y+4)$

⑤ $(x-3y-8)(x-y+1)$

해설

$x^2-(4y+7)x+3y^2+5y-8$
$=x^2-(4y+7)x+(3y+8)(y-1)$
$=(x-3y-8)(x-y+1)$

24. $x^2+5xy+2x-5y-3$ 을 인수분해하면?

① $(x+1)(x+5y+3)$　② $(x-1)(x-5y+3)$

③ $(x-1)(x+5y-3)$　④ $(x-1)(x+5y+3)$

⑤ $(x+1)(x-5y-3)$

해설

$x^2+5xy+2x-5y-3$
$=x^2+(5y+2)x-(5y+3)$
$=(x+5y+3)(x-1)$

25. $x^2-y^2-x+5y-6=A(x+y-3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x+y+2$ ② $3x-y+2$ ③ $x-y+4$

④ $x-y+2$ ⑤ $x-3y+2$

해설

$$\begin{aligned}
&x^2-y^2-x+5y-6\\
&=x^2-x-(y^2-5y+6)\\
&=x^2-x-(y-3)(y-2)\\
&=\{x+(y-3)\}\{x-(y-2)\}\\
&=(x+y-3)(x-y+2)\\
&\therefore A=x-y+2
\end{aligned}$$

26. $x^2-y^2+6x-2y+8$ 을 인수분해하면 $(ax+by+c)(x+y+4)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=2$

해설

$x^2-y^2+6x-2y+8$
$=x^2+6x-(y^2+2y-8)$
$=x^2+6x-(y+4)(y-2)$
$=\{x-(y-2)\}\{x+(y+4)\}$
$=(x-y+2)(x+y+4)$
$\therefore\ a=1,\ b=-1,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c=2$

27. $x^2-9y^2-2x+18y-8$을 인수분해하면?

① $(x-3y+2)(x+3y+4)$ ② $(x-3y+2)(x+3y-4)$

③ $(x+3y+2)(x+3y-4)$ ④ $(x-5y+2)(x+3y-4)$

⑤ $(x-3y+4)(x+3y-2)$

해설

$$\begin{aligned}
&x^2-9y^2-2x+18y-8\\
&=x^2-2x-9y^2+18y-8\\
&=x^2-2x-(9y^2-18y+8)\\
&=x^2-2x-(3y-2)(3y-4)\\
&=\{x-(3y-2)\}\{x+(3y-4)\}\\
&=(x-3y+2)(x+3y-4)
\end{aligned}$$

28. 다음 식을 인수분해하면?

$x^2 - y^2 + 8x + 4y + 12$

① $(x+y+3)(x-y+4)$ ② $(x+y+4)(x-y+3)$

③ $(x+y+2)(x+y+6)$ ④ $(x+y-2)(x-y-6)$

⑤ $(x+y+2)(x-y+6)$

해설

$x^2 + 8x - (y^2 - 4y - 12)$
$= x^2 + 8x - (y+2)(y-6)$
$= (x+y+2)(x-y+6)$

29. $x^2-4xy+3y^2-6x+2y-16$ 을 인수분해 하였더니 $(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$x^2-(4y+6)x+3y^2+2y-16$

$=x^2-(4y+6)x+(3y+8)(y-2)$

$=(x-3y-8)(x-y+2)$

$\therefore\ a=-3,\ b=-8,\ c=-1,\ d=2$

$\therefore\ -3-8-1+2=-10$

30. 이차식 $x^2-3xy+2y^2+4x-5y+3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax-y+b)(x+cy-d)$ 가 되었다. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a+b=3$ ② $b+c=2$ ③ $c+d=1$

④ $a+c=-1$ ⑤ $b+d=-3$

해설

$x^2+(4-3y)x+2y^2-5y+3$
$=x^2+(4-3y)x+(2y-3)(y-1)$
$=(x-2y+3)(x-y+1)$
$\therefore\ a=1,\ b=1,\ c=-2,\ d=-3$

31. $(x-3)^2-(y+3)^2$을 인수분해할 때, 인수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x-6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3+y+3)(x-3-y-3)\\ &= (x+y)(x-y-6)\end{aligned}$$

$\therefore x+y+x-y-6=2x-6$

32. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① $y + 1$ ② $y - 1$ ③ $x + y$ ④ $x - y$ ⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x\left(1 - y^2\right) - y\left(1 - y^2\right) \\ &= (x - y)\left(1 - y^2\right) \\ &= (x - y)(1 + y)(1 - y)\end{aligned}$$

② $y - 1 = -(1 - y)$

⑤ $y - x = -(x - y)$

33. 다항식 $a^2x - a^2 - x + 1$ 을 인수분해했을 때, 아래 보기에서 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 + 1$　　㉡ $x - 1$　　㉢ $a + 1$

㉣ $x - 2$　　㉤ $a - 1$

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

$$\begin{aligned} a^2x - a^2 - x + 1 &= a^2(x-1) - (x-1) \\ &= (a+1)(a-1)(x-1) \end{aligned}$$

34. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$x(x+2)(x+4)(x+6)+16$
$= x(①) \times (x+2)(②)+16$
$= (x^2+6x)(③)+16$
$(④) = A$ 라 하면
$A^2+8A+16 = (A+4)^2 = (⑤)^2$

① $x+5$ ② $x+3$ ③ x^2+4x+8
④ x^2+6x ⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$
② $x+4$
③ x^2+6x+8
⑤ x^2+6x+4

35. $(x+2)^2-(2x-3)^2$을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$이다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하면? (단, a는 양수)

① -5 ② -1 ③ -3 ④ -10 ⑤ -12

해설

$x+2=A,\ 2x-3=B$로 치환하면

$(x+2)^2-(2x-3)^2$

$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=(x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$

$=(3x-1)(-x+5)$

$=-(3x-1)(x-5)$

$\therefore a+b+c=3+(-1)+(-5)=-3$

36. $(2x+1)^2-(x-2)^2=(3x+a)(x+b)$일 때, $a+3b$의 값을 구하면?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2x+1=A,\ x-2=B$로 치환하면

$(2x+1)^2-(x-2)^2$

$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$

$=(3x-1)(x+3)$

$\therefore a=-1,\ b=3$

$\therefore\ a+3b=-1+9=8$

37. $(x+3y)^2-4y^2$을 인수분해하면?

① $(x-5y)(x-y)$　② $(x+2y)(x-2y)$

③ $(x-5y)(x+y)$　④ $(x+3y)(x+2y)$

⑤ $(x+5y)(x+y)$

해설

$(x+3y)^2-4y^2=(x+3y)^2-(2y)^2$ 이므로

$x+3y=A,\ 2y=B$라 하면

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(x+3y+2y)(x+3y-2y)$

$=(x+5y)(x+y)$

38. $(3x-2)^2-(2x+3)^2=(Ax+1)(x+B)$ 일 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A+B=0$

해설

$3x-2=X,\ 2x+3=Y$ 로 치환하면
$(3x-2)^2-(2x+3)^2$
$=X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y)$
$=(5x+1)(x-5)$
$\therefore\ A=5,\ B=-5$
$\therefore\ A+B=0$ 이다.