

1. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m

② 16m

③ 18m

④ 20m

⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$48 = x \times \square, 32 = x \times \triangle$$

x 는 48과 32의 최대공약수이므로

$$48 = 2^4 \times 3, 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 2^4 = 16 \text{ (m)}$$

2. 어떤 수로 70 을 나누면 나누어 떨어지고, 24 를 나누면 4 가 모자라고, 43 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

어떤 수는 70, $24 + 4 = 28$, $43 - 1 = 42$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 14 이다.

3. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3 개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수 6 이다.

4. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

5. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 + 2 = 28$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 4 (명)

6. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

7. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 12명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수
이므로

$$24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 에서}$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12 \text{ 명}$$

8. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 3

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

어떤 수는 33 , $25 - 3 = 22$, $51 + 4 = 55$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.

9. 사과 62 개와 귤 116 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 남고, 귤은 6 개가 남는다고 한다. 이때, 학생 수를 구하면?

- ① 10 명 ② 12 명 ③ 3 명 ④ 5 명 ⑤ 15 명

해설

학생 수는 $62 - 2 = 60$, $116 - 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

10. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

11. 어떤 수로 37 을 나누면 1 이 남고 116 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

36 과 120 의 최대공약수이므로 12 이다.

12. 어떤 자연수로 50 을 나누면 2 가 남고, 35 를 나누면 3 이 남고, 87 을 나누면 7 이 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하는 수는 $50 - 2 = 48$, $35 - 3 = 32$, $87 - 7 = 80$ 의 최대공약수이다.

그러므로, 이 세수의 최대공약수를 구하면, 16입니다.

13. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$, $27 - 3 = 24$, $125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 36 \quad 24 \quad 120} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 4 \quad 20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 10 \end{array}$$

$$\text{최대공약수 : } 6 \times 2 = 12$$

14. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 21

▷ 정답 : 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로
189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.
그러므로 9, 21, 63

15. 어떤 자연수로 63 을 나누면 3 이 남고 41 을 나누면 5 가 남는다고 한다. 이런 자연수 중 가장 큰 수는?

① 6

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 30

해설

$63 - 3 = 60$, $41 - 5 = 36$ 이므로

구하는 가장 큰 수는 60 과 36 의 최대공약수 12 이다.

16. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,

$$35 = x \times \Delta + 3, 118 = x \times \square - 2$$

$$32 = x \times \Delta, 120 = x \times \square$$

가장 큰 수 x 는 32 와 120 의 최대공약수

$$32 = 2^5, 120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$\therefore x = 2^3 = 8$$

17. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명

② 4 명

③ 6 명

④ 8 명

⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

18. 사과 68 개, 귤 111 개, 배 82 개를 될 수 있는대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 8 개가 남고, 귤은 1 개가 남고 배는 8 개가 모자란다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10명

해설

학생 수는 $68 - 8 = 60$, $111 - 1 = 110$, $82 + 8 = 90$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

19. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면?

① 9

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12

12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12 = 22$ 이다.

20. 43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3 이 된다. 또, 49 를 n 으로 나누면 나머지가 1 이 되고 74 를 n 으로 나누면 2 가 남는다. 이러한 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3

→ n 은 40 의 약수이다. ($3 < n$)

49 를 n 으로 나누면 나머지가 1

→ n 은 48 의 약수이다.

74 를 n 으로 나누면 2

→ n 은 72 의 약수이다.

위 세 조건을 만족하는 n 을 구하면 $n = 4, 8$

21. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 18명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.

따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108의 최대공약수인 18명이다.

22. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

23. 68 을 어떤 두 자리 자연수 n 으로 나누면 5 가 남고, 109 를 n 으로 나누면 4 가 남는다. 자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다. p 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 21

해설

68 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 5 $\rightarrow n$ 은 5 보다 크고, 63 의 약수이다.

109 를 n 으로 나누면 나머지가 4 $\rightarrow n$ 은 4 보다 크고, 105 의 약수이다.

위 두 조건을 만족하는 n 의 값은 $n = 21$,

자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다는 것은 p 가 1 을 제외한 n 의 약수이다.

$\therefore p = 3, 7, 21$

24. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore B$ 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

25. 가로 길이 6 cm, 세로 길이 8 cm, 높이 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ 2 \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

26. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

27. 남자 70 명, 여자 56 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고, 각 조에 속하는 남녀의 비가 같도록 최대한 많은 수의 조를 짤 때, 각 조별 남, 녀의 수는?

① 남 : 7 명, 여 : 6 명

② 남 : 6 명, 여 : 5 명

③ 남 : 6 명, 여 : 4 명

④ 남 : 5 명, 여 : 5 명

⑤ 남 : 5 명, 여 : 4 명

해설

조의 개수는 70 과 56 의 최대공약수이다.

$$70 = 2 \times 5 \times 7, 56 = 2^3 \times 7$$

따라서 조의 개수는 $2 \times 7 = 14$ (개)

조별 남학생의 수는 $70 \div 14 = 5$ (명), 여학생의 수는 $56 \div 14 = 4$ (명)이다.

28. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 8 cm

③ 10 cm

④ 12 cm

⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

29. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는

$$\begin{aligned}(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)}\end{aligned}$$

30. 사과 54 개와 귤 19 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 3 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 2 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $54 - 2 = 52$, $19 + 3 = 22$ 의 최대공약수 2 (명)

31. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시

② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분

④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.

즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

32. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1 번

② 2 번

③ 3 번

④ 4 번

⑤ 5 번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3 번 회전한 후이다.

33. 가로 길이가 10cm, 세로 길이가 6cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 15 개

해설

조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 10 과 6 의 최소공배수이므로

10 과 6 의 최소공배수를 구하면 30 이다.

필요한 타일의 개수는

$(30 \div 10) \times (30 \div 6) = 3 \times 5 = 15$, 즉 15 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.

34. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개

② 450 개

③ 545 개

④ 675 개

⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개})$ 이다.

35. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 16cm, 높이가 20cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

① 8cm, 80 개

② 16cm, 80 개

③ 36cm, 100 개

④ 40cm, 200 개

⑤ 80cm, 200 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 8, 16, 20 의 최소공배수이므로 80 이다.

한 모서리의 길이는 80cm 이고, 필요한 벽돌의 개수는

$(80 \div 8) \times (80 \div 16) \times (80 \div 20) = 10 \times 5 \times 4 = 200$ (개) 이다.

36. 가로 길이 16cm, 세로 길이 20cm, 높이 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

① 70cm

② 80cm

③ 90cm

④ 100cm

⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 20 \quad 8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 10 \quad 4} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 5 \quad 2} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$$

37. 세 자연수 2, 5, 8 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연수를 구하면?

① 2

② 16

③ 21

④ 41

⑤ 80

해설

구하는 수는 (2, 5, 8 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수이다. 2, 5, 8 의 최소공배수는 40 이다.

$$\therefore 40 + 1 = 41$$

38. 세 수 6, 7, 8 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 세 자리의 자연수는?

① 101

② 113

③ 122

④ 164

⑤ 170

해설

구하는 수를 A 라 하면

$A = (6, 7, 8 \text{의 공배수}) + 2$ 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

6, 7, 8 의 최소공배수는 168 이다.

따라서 $A = 168 + 2 = 170$ 이다.

39. 두 자연수 24, 30 중 어떤 수로 나누어도 나머지가 5인 세 자리의 자연수 중 가장 큰 자연수와 가장 작은 자연수의 차는?

① 360

② 480

③ 600

④ 720

⑤ 840

해설

24 와 30 의 최소공배수를 구하면 120 이다.

가장 작은 자연수 $120 + 5 = 125$,

가장 큰 수 $960 + 5 = 965$ 이다.

따라서 두 수의 차는 $965 - 125 = 840$ 이다.

40. 어떤 수를 15, 24로 나누면 모두 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120

② 121

③ 122

④ 123

⑤ 124

해설

15, 24로 나누면 모두 2가 남는 수 중 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.

따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

41. 자연수 N 과 24 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 120 일 때, 자연수 N 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

N 과 24 의 최대공약수가 6 이므로

$N = 6n$ 이라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6n \quad 24} \\ \underline{n \quad 4} \end{array}$$

$$6 \times n \times 4 = 120, \quad n = 5$$

$$\therefore N = 6 \times 5 = 30$$

42. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$$

최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

43. 두 수 $2^2 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×5 , 최소공배수가 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2^2 \times 5) \times A = (2 \times 5) \times (2^2 \times 3^2 \times 5) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

44. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개

1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는

$$66 + 40 - 13 = 93$$

45. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

46. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$

47. 어느 반의 여학생 수는 36 명이고 남학생 수는 45 명이다. 봉사활동을 하기 위해 여학생 a 명과 남학생 b 명씩을 한 조로 나누려고 한다. 이때 되도록 많은 조로 나누어서 나누어진 조의 수를 c 라 할 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

c 는 36 과 45 의 최대공약수이므로 $c = 9$,

$$a = 36 \div 9 = 4, b = 45 \div 9 = 5$$

$$\text{따라서 } 2a - b + c = 8 - 5 + 9 = 12$$

48. 가로 길이, 세로 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

① 180 개

② 72 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

50. 7 로 나누면 나머지가 6, 6 으로 나누면 나머지가 5, 5 로 나누면 나머지가 4, 4 로 나누면 나머지가 3, 3 으로 나누면 나머지가 2가 되는 최소의 자연수에서 각자리 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

조건을 만족하는 수는

(7, 6, 5, 4, 3 의 공배수)-1 의 꼴이고

7, 6, 5, 4, 3 의 최소공배수는 420 이다.

따라서 최소의 자연수는 $420 - 1 = 419$ 이다.

$$\therefore 4 + 1 + 9 = 14$$

51. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87

② 99

③ 175

④ 183

⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.

$$\therefore 88 + 99 = 187$$

52. a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때, (a, b) 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로

$a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$

즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는

$(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

53. 어떤 분수를 두 분수 $\frac{21}{8}$ 과 $\frac{35}{12}$ 에 각각 곱하였더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 곱한 수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{7}$

해설

곱하는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자

$$\frac{21}{8} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \quad \begin{cases} b \text{는 } 8 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \quad \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{A} \text{ 이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수는

$$\frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})} \dots \textcircled{B} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{24}{7}$$