

1. 다음 중 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① π

② $\sqrt{1.21}$

③ $\sqrt{0.1}$

④ 0.01001000100001...

⑤ 0.121

해설

① π 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)

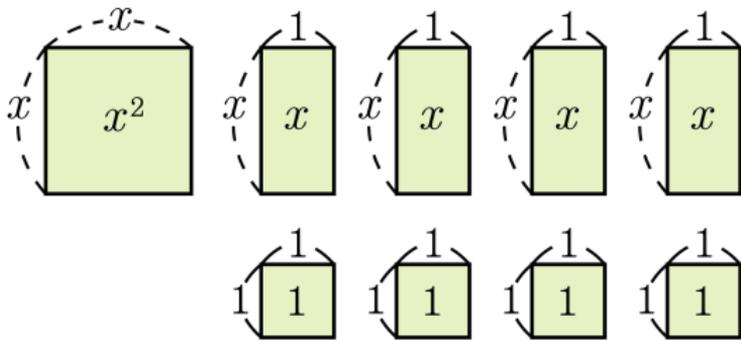
② $\sqrt{1.21} = \frac{11}{10}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

③ $\sqrt{0.1}$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)

④ 0.01001000100001... 비순환소수다.(무리수이다.)

⑤ $0.121 = \frac{121}{900}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

2. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는?



① $x + 1$

② $x + 2$

③ $x + 3$

④ $x + 4$

⑤ $x + 5$

해설

$$(\text{넓이}) = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x + 2$ 이다.

3. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은?
(단, $m > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로

$$\left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 = 4$$

$$(m+1)^2 = 4$$

$$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\therefore m > 0 \text{ 이므로 } m = 1$$

4. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 8$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$$(2x + 6)(x - 1) = 8$$

$$2x^2 + 4x - 6 - 8 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 14 = 0$$

양변을 2로 나누면

$$x^2 + 2x - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 8$$

$$a = -1, b = 8$$

$$\therefore ab = -8$$

5. 다음 중 'x는 13의 제곱근이다.'를 바르게 나타낸 것은?

① $x = 13$

② $x = -\sqrt{13}$

③ $x = \sqrt{13}$

④ $x^2 = 13$

⑤ $2x = 13$

해설

어떤 수 x 를 제곱하여 13이 될 때, x 를 13의 제곱근이라고 한다. $\Rightarrow x^2 = 13$

6. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면?

① -60

② -48

③ 10

④ 48

⑤ 60

해설

$$A = 9 - 5 - 2 = 2$$

$$B = (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5$$

$$AB = 2 \times 5 = 10$$

7. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{54}$ 를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a + b^3$

③ a^2b^3

④ ab^3

⑤ a^3b

해설

$$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt{2}(\sqrt{3})^3 = ab^3$$

8. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\sqrt{1.\dot{3}}$ 의 값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1.15

해설

$$\sqrt{1.\dot{3}} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} \times 1.732 = 1.15$$

9. $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 1$ 의 값을 구하면?

① 2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = \frac{\sqrt{2} + 1}{3} \rightarrow 3x - 1 = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 6x + 1 &= (3x - 1)^2 \\ &= (\sqrt{2})^2 = 2 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉡

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.

㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$

따라서 $x = 1$ (중근) 이다.

㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

11. $(x-4)(x+2) = -2x(x-4)$ 의 해가 α, β 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① -5

② -8

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$$3x^2 - 10x - 8 = 0$$

$$(3x+2)(x-4) = 0$$

$$\alpha = 4, \beta = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } \alpha = -\frac{2}{3}, \beta = 4$$

$$\therefore 3\alpha\beta = -8$$

12. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$

13. $5x + y = 15$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

14. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \leq (\sqrt{2} + 1)x \leq 7$ 에서 $\sqrt{2} + 1 > 0$ 이므로

$$\frac{3}{\sqrt{2} + 1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2} + 1} \therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq x \leq 7\sqrt{2} - 7$$

$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5$ 에서 $1 < 3\sqrt{2} - 3 < 2$

$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10$ 에서 $2 < 7\sqrt{2} - 7 < 3$

$1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times$ 이므로

따라서 자연수 $x = 2$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는
근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

17. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$$abc = 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126$$

$$abc = 224 \text{ 또는 } abc = 504$$

$$abc = 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7)$$

$$abc = 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7)$$

$$abc = 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7)$$

$$abc = 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8)$$

$$abc = 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)$$

18. $\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2$ 을 인수분해 하면?

① $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}\right)^2$

② $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}\right)^2$

③ $\left(\frac{1}{7}b - \frac{1}{5}a\right)^2$

④ $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$

⑤ $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}b\right)^2$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2 &= \frac{1}{49}a^2 - \left(2 \times \frac{1}{7}a \times \frac{1}{5}b\right) + \frac{1}{25}b^2 = \\ &\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2 \end{aligned}$$

19. $\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = -2$

해설

$a+1 = A, b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2 + B^2}{AB} = -2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = 0, (A+B)^2 = 0$$

$$A+B = a+b+2 = 0$$

$$\therefore a+b = -2$$

20. $-115^2 - 75^2 + 25^2 + 185^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16000

해설

$$\begin{aligned} & -115^2 - 75^2 + 25^2 + 185^2 \\ &= 185^2 - 115^2 + 25^2 - 75^2 \\ &= (185 + 115)(185 - 115) + (25 + 75)(25 - 75) \\ &= 300 \times 70 + 100 \times (-50) \\ &= 21000 - 5000 \\ &= 16000 \end{aligned}$$