

1. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

㉠  $2x^2 - 5 = x^2$

㉡  $x^2 = -x + 2$

㉢  $x^2 = 0$

㉤  $x^2 = (x - 1)^2 + x^2$

㉥  $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$

㉦  $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

이차방정식은 ( $x$ 에 관한 이차식)=0 꼴의 등식이다.  
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦ 5 개

2. 이차방정식  $3x^2 - (2k + 3)x - 3 = 0$  의 두 근 중 한 근을  $a$  라고 한다.  
 $a - \frac{1}{a} = k$  일 때,  $(k - 1)^2$  의 값은?

① 25      ② 16      ③ 9      ④ 4      ⑤ 1

해설

$a$ 가 주어진 방정식의 근이므로  $x = a$ 에 대입하면

$$3a^2 - (2k + 3)a - 3 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면, } 3a - (2k + 3) - \frac{3}{a} = 0$$

$$3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2k + 3, 3k = 2k + 3 \therefore k = 3$$

$$\therefore (k - 1)^2 = 4$$

3.  $(2x+3):(x-3)=x:4$  를 만족하는  $x$  의 값을 각각  $a, b$  라고 할 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a+b=11$

해설

$(2x+3):(x-3)=x:4$   
 $x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$   
 $x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$   
 $\therefore x=-1$  또는  $x=12$   
따라서  $a+b=11$  이다.

4. 이차방정식  $(2x-1)^2=3$  의 두 근의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(2x-1)^2=3$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=1$$

5.  $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고  $x$ 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2 - 6x + 5 = 0$

- ①  $x = 1, x = 3$       ②  $x = 1, x = 5$       ③  $x = 1$
- ④  $x = 2, x = 3$       ⑤  $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$  에서  $x \leq 3$  이다.  
따라서  $x$ 의 값은 1, 2, 3이다.  
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는  $x$ 의 값은  $x = 1, x = 5$ 이므로  
이차방정식의 해는  $x = 1$ 이다.

6. 다음 중  $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

|                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| ㉠ $x = 6, y = -4$  | ㉡ $x = 6, y = 4$  |
| ㉢ $x = -6, y = -4$ | ㉣ $x = -6, y = 4$ |
| ㉤ $x = 4, y = 6$   | ㉥ $x = -4, y = 6$ |

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ㉢ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$  또는  $2y + 8 = 0$  이므로  
 $x = 6$  또는  $y = -4$  인 것을 찾으면  
 $x = 6$  인 것은 ㉠, ㉡  
 $y = -4$  인 것은 ㉠, ㉢  
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로  
3개이다.

7. 두 이차방정식  $2x^2 - ax + 2 = 0$ ,  $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때,  $ab$ 의 값을 구하면?

① -25      ② -10      ③ 1      ④ 10      ⑤ 25

해설

주어진 식에  $x$  대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

8. 이차방정식  $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근  $a$ 를 가진다. 이때,  $b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 정수)

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근  $a$ 를 가지므로  
 $x$ 에  $a$ 를 대입하면  
 $(a-1)(a-b) = -1$   
i)  $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우  
 $a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합  
ii)  $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우  
 $a = 2, b = 3$   
 $\therefore b = 3$

9.  $x(x-3) = 0$  을  $(ax+b)^2 = q$  의 꼴로 바꾸었을 때,  $abq$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{27}{8}$       ②  $-\frac{27}{8}$       ③  $\frac{-25}{8}$       ④  $\frac{25}{8}$       ⑤  $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

10. 이차방정식  $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ②  $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③  $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④  $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤  $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$   
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$   
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.  
 $3 > k$  : 근이 0개  
 $k = 3$  : 근이 1개  
 $3 < k$  : 근이 2개

11.  $x$ 에 관한 이차방정식  $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이  $a$ 의 값에 관계없이 항상  $x = 1$ 의 근을 가질 때,  $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

$a$ 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, \quad p + 4q = 0$$

$$p = 2, \quad p + 4q = 0, \quad 4q = -2, \quad q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

12.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$  이고,  $k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$  이다.  
 $k$  가  $x$  에 관한 이차방정식  $(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$  의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{8}{3}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} \\ &= \sqrt{x+1} - \sqrt{x} \\ k &= f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80) \\ &= \sqrt{50} - \sqrt{49} + \sqrt{51} - \sqrt{50} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{81} - \sqrt{80} \\ &= -\sqrt{49} + \sqrt{81} \\ &= -7 + 9 = 2 \\ (a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) &= 0 \text{ 에 } x=2 \text{ 를 대입하면} \\ 4a + 20 + 2a^2 - 4 + 4a - 8 &= 0 \\ 2a^2 + 8a + 8 &= 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0 \\ (a+2)^2 &= 0 \quad \therefore a = -2 \\ a = -2 \text{ 를 식에 대입하면} \\ 3x^2 + 2x - 16 &= 0, \quad (x-2)(3x+8) = 0 \\ \therefore x &= 2 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

13.  $a > 0$ 인 상수  $a$ 에 대하여 이차방정식  $x^2 + 2(2a-1)x + (3a^2 - 4a + 1) = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식  $4x^2 - 12px + 9p^2 = 0$ 의 근과 같을 때,  $2a + p$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 2(2a-1)x + (3a^2 - 4a + 1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 + 2(2a-1)x + (3a-1)(a-1) = 0$$

$$(x+3a-1)(x+a-1) = 0$$

$$\therefore x = -3a+1 \text{ 또는 } x = -a+1$$

$a > 0$  이므로 두 근 중 작은 근은

$$x = -3a+1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$4x^2 - 12px + 9p^2 = 0 \text{ 에서 } (2x-3p)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3p}{2} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } -3a+1 = \frac{3p}{2}$$

$$\therefore 2a+p = \frac{2}{3}$$

14.  $x^2 + ax + b = 0$  에서 계수  $a, b$  를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를  $a$ , 두 번째의 수를  $b$  라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{1}{9}$       ⑤  $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면  $x^2 + ax + b = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$  를 만족하는  $(a, b)$  를 구하면  $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$  의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$  이다.

15. 이차방정식  $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$  의 양의 근을  $\alpha$  라고 할 때,  $3\alpha^2 - 3\alpha$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $11 + \sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$  의 양변에  $12x$  를 곱하면

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

$\alpha$  는 양의 근이므로  $\alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$