1. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 1　　② 2^2　　③ 2×5

④ 5^2　　⑤ $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

2. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60 ② 61 ③ 120 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.
$\therefore\ 120 + 1 = 121$

3. 두 자연수 $2^4 \times 3 \times 5^2$, 2×5^2 의 공약수가 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 고르면?(정답 3개)

① 2^2　　② 2×5　　③ 5

④ $2^2 \times 5$　　⑤ $2^4 \times 3 \times 5^2$

해설

최대 공약수는 2×5^2 이고, 공약수는 최대 공약수의 약수이므로 $1, 2, 5, 2 \times 5, 5^2, 2 \times 5^2$ 이다.

4. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 120 & 180 \\ \hline 2 & 60 & 90 \\ \hline 3 & 30 & 45 \\ \hline 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

5. 가로의 길이가 140cm, 세로의 길이가 105cm, 높이가 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 107 ② 108 ③ 109 ④ 110 ⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
140, 105, 210 의 최대공약수이므로
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $105 = 3 \times 5 \times 7$, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
최대공약수는 $5 \times 7 = 35$
$\therefore\ a = 35$
정육면체의 개수는
$(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72$ (개)
$\therefore\ b = 72$
$\therefore\ a + b = 107$

6. 가로, 세로의 길이가 각각 $60\,\mathrm{cm}$, $84\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 옷감을 똑같은 크기의 정사각형으로 자르려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려 한다면 처음의 옷감은 몇 개로 나누어지겠는가?

① 21 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 35 개 ⑤ 38 개

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 60 , 84 의 최대공약수이다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 나누어지는 개수는 $(60 \div 12) \times (84 \div 12) = 35$(개) 이다.

7. 사과 68 개, 귤 111 개, 배 82 개를 될 수 있는대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 8 개가 남고, 귤은 1 개가 남고 배는 8 개가 모자란다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 10 명

해설

학생 수는 $68 - 8 = 60$, $111 - 1 = 110$, $82 + 8 = 90$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

8. 사과 54 개와 귤 19 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 3 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 2 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $54 - 2 = 52$, $19 + 3 = 22$ 의 최대공약수 2 (명)

9. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84 의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84 의 최대공약수인 14이다.

10. 두 자연수 $27, 39$를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.
이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

$27, 39, 51$을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, $(27-3), (39-3)$을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

11. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38-2=36$, $27-3=24$, $125-5=120$에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 6 & 36 & 24 & 120 \\ \hline 2 & 6 & 4 & 20 \\ \hline & 3 & 2 & 10 \end{array}$$

최대공약수 : $6\times2=12$

12. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 21

▷ 정답 : 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로
189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.
그러므로 9, 21, 63

13. 어떤 자연수를 5 로 나누면 2 가 남고, 6 으로 나누면 3 이 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

구하는 수는 5, 6 으로 나눌 때 3 이 부족한 수이므로
(5 와 6 의 공배수)−3 인 수이다.
5, 6 의 최소공배수는 30, 따라서 구하는 가장 작은 자연수는
$30 - 3 = 27$ 이다.

14. 두 자연수 12, 16 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 두 자리의 자연수들의 합을 구하면?

① 28 ② 48 ③ 96 ④ 144 ⑤ 150

해설

12, 16으로 나누면 3이 남는 어떤 수를 x라 하면 $x-3$은 12, 16의 공배수이다.
12, 16의 최소공배수는 48이므로 $x-3$은 48, 96, 144, $\cdots$ 이다.
이 중 두 자리의 자연수는 48, 96 이다.
따라서 x는 51, 99이므로 합은 $51+99=150$

15. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3 꼴이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

16. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11} 꼴이어야 한다.
하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$)꼴이어야 하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.
따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

17. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. a, b, 32 의 공약수를 모두 구하면?

① 1　　② 1, 2　　③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8　　⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.
32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.
따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

18. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b에 대해 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 1, 2, 24는 a, b의 공약수이다.

② 12는 a, b의 공약수이다.

③ a, b의 공약수는 모두 8개이다.

④ 10은 a, b의 공약수가 아니다.

⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b의 공약수이다.

해설

a, b의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.
⑤ 36은 a, b의 공약수가 아니다.

19. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 16은 a, b의 공약수이다.

㉡ 1, 2, 36은 a, b의 공약수이다.

㉢ a, b의 공약수는 모두 10개이다.

㉣ a, b의 공약수는 모두 72의 약수이다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

㉠. 16은 a, b의 공약수가 아니다.

㉢. a, b의 공약수는 9개이다.

20. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72$ (개)

21. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

22. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 15 cm

▷ 정답 : 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
x 는 45, 60, 90 의 최대공약수
$45 = 3^2 \times 5$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore\ x = 3 \times 5 = 15$ (cm)
$45 = 15 \times 3$, $60 = 15 \times 4$, $90 = 15 \times 6$
$\therefore\ 3 \times 4 \times 6 = 72$ (개)

23. 가로의 길이가 72cm , 세로의 길이가 96cm , 높이가 120cm 인 직육면체를 남김없이 잘라 똑같은 크기의 정육면체로 나누려고 한다. 되도록 적은 개수의 정육면체를 만들 때, 만들 수 있는 정육면체는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 60 개

해설

72, 96, 120 의 최대공약수는 24 이므로 만들 수 있는 정육면체의 모서리의 길이는 (24의 약수)cm 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이가 길수록 정육면체의 개수는 적으므로 한 모서리의 길이는 24(cm) 이다.

∴ (정육면체의 갯수)

$= (72 \div 24) \times (96 \div 24) \times (120 \div 24)$

$= 3 \times 4 \times 5 = 60$(개)

24. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다. 이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

25. 400 이하의 어떤 자연수를 3, 4, 7 로 나누었을 때 그 나머지가 각각 2, 3, 6 이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

3, 4, 7 로 나누었을 때 그 나머지가 2, 3, 6 이 되는 수는 (3, 4, 7로 나누어 떨어지는 수) − 1 이다.
3, 4, 7 의 최소공배수는 84 이다.
400 이하의 자연수 중 $84-1=83$, $84\times2-1=167$, $84\times3-1=251$, $84\times4-1=335$ 까지 4 개이다.

26. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는
$24n + 5(n = 0, 1, 2, 3, \cdots)$ 인 수이다.
$\therefore$ 5, 29, 53, 77 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

27. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

해설

어떤 수를 x라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10 의 공배수이고 , 세 수의 최소공배수는 40 이다.
따라서 $x+3$ 은 40 의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.
$x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.

28. 4 로 나누면 3 이 남고, 5 로 나누면 4 가 남고, 6 으로 나누면 5 가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

$4, 5, 6$ 으로 나누면 항상 1 이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 $4, 5, 6$ 의 공배수이다.
$4, 5, 6$ 의 최소공배수는 60 이므로 60 의 배수 중 가장 작은 수는 60 이다.
따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

29. 어떤 자연수를 $5, 6, 8$ 로 나누면 모두 2 가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 125

해설

어떤 자연수를 x 라 하면 $x-2$ 는 $5, 6, 8$ 의 공배수이다.
$5, 6, 8$ 의 최소공배수는 120 이므로 $x-2$ 는 $120, 240, 360, \cdots$ 이다.
$x = 122, 242, 362, \cdots$ 그러므로 가장 작은 수는 122

30. 18과 a의 공약수가 1, 2, 3, 6일 때, a 가 될 수 있는 50 보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

18 과 a 의 최대공약수가 6 이므로
$18 = 6 \times 3$, $a = 6 \times k$
k 는 3 의 배수이면 안 된다.
따라서 50 보다 작은 자연수 a 는
$6 \times 1 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$, $6 \times 7 = 42$,
$6 \times 8 = 48$ 의 6 개이다.

31. 가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm^3

▷ 정답 : 729 cm^3

해설

가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로

만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피$= 9 \times 9 \times 9 = 729(cm^3)$

32. 68 을 어떤 두 자리 자연수 n 으로 나누면 5 가 남고, 109 를 n 으로 나누면 4 가 남는다. 자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다. p 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 21

해설

68 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 5 → n 은 5 보다 크고, 63 의 약수이다.
109 를 n 으로 나누면 나머지가 4 → n 은 4 보다 크고, 105 의 약수이다.
위 두 조건을 만족하는 n 의 값은 $n = 21$,
자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다는 것은 p 가 1 을 제외한 n 의 약수이다.
$\therefore p = 3, 7, 21$

33. 어떤 수 a로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가 b로 같을 때, a, b의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$214, 916, 151, 448$을 a로 나눈 몫을
Q_1, Q_2, Q_3, Q_4라 할 때
$214 = aQ_1 - b$,
$916 = aQ_2 - b$,
$151 = aQ_3 - b$,
$448 = aQ_4 - b$이다.
$214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3)$이므로
63은 a로 나누어 떨어진다.
마찬가지의 방법으로 두 수의 차
$916 - 214,\ 448 - 214, \cdots$는 a로 나누어 떨어진다.
$63, 234, 297, 468, 702, 765$의 최대공약수는 9이므로
가능한 a는 $3, 9$이다. $a = 3$일 때, $b = 1$
$a = 9$일 때, $b = 7$
(a, b)의 순서쌍은 $(3, 1), (9, 7)$로 2개이다.