1. A가 유한소수일 때, 다음 <보기>에서 A에 해당하지 않는 것은 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $\frac{2}{3}$　㉡ $\frac{3}{15}$　㉢ $3.141592\cdots$
㉣ $\frac{3}{12}$　㉤ π

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

유한소수 : 분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어져야 한다. <보기> 중 무한소수의 개수를 구하면 된다. 따라서, 분모를 2 또는 5의 거듭제곱으로 만들 수 없는 것은 ㉠, ㉢, ㉤의 3개이다.

2. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3 ② x^4 ③ x^5 ④ x^6 ⑤ x^7

해설

$\square$를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

3. $(-ab^x)^3 \div ab^2 = -a^y b^7$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$(-a^3b^{3x}) \times \dfrac{1}{ab^2} = -a^2b^{3x-2} = -a^yb^7$,

$x = 3,\ y = 2$

$\therefore x - y = 1$

4. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^6b^{3x} \times \frac{1}{a^yb^3}$$
$$= a^{6-y}b^{3x-3}$$
$$= a^5b^9$$

$6-y=5 \quad \therefore y=1$

$3x-3=9 \quad \therefore x=4$

$\therefore x+y=5$

5. 식 $(2x+3y+1)-(2x+y-3)$ 을 간단히 하면?

① $2x+2y-3$ ② $2x+2y+1$ ③ $2x+4$
④ $2y+4$ ⑤ -3

해설

$(2x+3y+1)-(2x+y-3)=2x+3y+1-2x-y+3=2y+4$

6. 식 $(a^2-2a+4)+(3a^2+5a-1)$ 를 간단히 하면?

① a^2+5a-1 ② a^2+3a+4 ③ $3a^2+3a+3$
④ $4a^2+3a+3$ ⑤ $4a^2-3a-1$

해설

$(a^2-2a+4)+(3a^2+5a-1)$
$=a^2-2a+4+3a^2+5a-1$
$=(a^2+3a^2)-(2a-5a)+4-1$
$=4a^2+3a+3$

7. 어떤 다항식에서 $2x+5y$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $6x+2y$가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-8x+4y$ ② $-4x+6y$ ③ $-2x+6y$
④ $2x-8y$ ⑤ $8x+2y$

해설

어떤 식을 A라 하면
$A+(2x+5y)=6x+2y$
$A=(6x+2y)-(2x+5y)=4x-3y$
따라서 바르게 계산하면 $(4x-3y)-(2x+5y)=2x-8y$이다.

8. $3x-2y+1=4x+3y-2$ 일 때, $3(2x-2y)-2x+3y-3$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면?

① $7y+9$　② $17y-15$　③ $-17y+15$
④ $-23y+9$　⑤ $23y+15$

해설

$3x-2y+1=4x+3y-2$ 를 x로 정리하면 $x=-5y+3$
주어진 식에 대입하면
$3(2x-2y)-2x+3y-3$
$=6x-6y-2x+3y-3=4x-3y-3$
$=4(-5y+3)-3y-3=-20y+12-3y-3$
$=-23y+9$

9. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$

$a = 4$, $b = 1000$, $c = 0.052$

$\therefore \frac{52}{4} = 13$

10. 순환소수 $0.2\dot{3}\dot{5}$ 를 분수로 고칠 때, 순환소수 $0.2\dot{3}\dot{5}$ 를 x 로 놓고 계산하고자 한다. 이때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$　② $1000x - x$　③ $100x - 10x$
④ $1000x - 100x$　⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{rl} & 1000x = 235.3535\cdots \\ -) & \quad 10x = \quad 2.3535\cdots \\ \hline & 990x = 233 \end{array}$$

따라서 ⑤ $1000x - 10x$ 이다.

11. 다음은 $0.\dot{0}\dot{1} = \frac{1}{99}$ 임을 이용하여 $5.\dot{1}\dot{6}$ 을 분수로 고치는 과정을 나타낸 것이다. $\boxed{}$안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\begin{aligned} 5.\dot{1}\dot{6} &= 5 + 0.\dot{1}\dot{6} \\ &= 5 + 0.161616\cdots \\ &= 5 + \boxed{} \times 0.\dot{0}\dot{1} \\ &= 5 + \boxed{} \times \frac{1}{99} \\ &= \frac{\boxed{}}{99} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 511

해설

$$\begin{aligned} 5.\dot{1}\dot{6} &= 5 + 0.\dot{1}\dot{6} \\ &= 5 + 0.161616\cdots = 5 + 16 \times 0.\dot{0}\dot{1} \\ &= 5 + 16 \times \frac{1}{99} = \frac{511}{99} \end{aligned}$$

12. 순환소수 $0.7\dot{5}$ 보다 $\frac{1}{5}$ 만큼 작은 수를 순환소수로 표현하면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.\dot{3}$ ③ $0.\dot{5}$ ④ $0.\dot{7}$ ⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$0.7\dot{5} - \frac{1}{5} = \frac{75-7}{90} - \frac{18}{90} = \frac{68}{90} - \frac{18}{90} = \frac{50}{90} = 0.\dot{5}$$

13. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 은우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{0}0\dot{1}$ 이 되었고, 성재는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{0}\dot{2}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A를 구하면?

① $\frac{1}{90}$ ② $\frac{1}{99}$ ③ $\frac{1}{999}$ ④ $\frac{101}{990}$ ⑤ $\frac{101}{999}$

해설

은우 : $0.\dot{0}0\dot{1} = \frac{1}{999}$,

성재 : $0.1\dot{0}\dot{2} = \frac{102-1}{990} = \frac{101}{990}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{성재가 본 분자})}{(\text{은우가 본 분모})} = \frac{101}{999} = A$ 이다.

14. $a^{10} \div (a^3)^x = (a^2)^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a^{10} \div a^{3x} = a^4$ 이므로 $10 - 3x = 4$

$\therefore\ x = 2$

15. $\left(-\frac{3x^a y^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4 y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 $a,\ b,\ c,\ d$ 가 있을 때, $a+b+c+d$ 의 값은?(단, $b>0$)

① 5　　② 10　　③ 15　　④ 20　　⑤ 25

해설

$\frac{9x^{2a}y^8}{b^2z^6} = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$

$2a = 4 \quad \therefore a = 2$

$b^2 = 16 \quad \therefore b = 4$

$c = 8,\ d = 6$

$\therefore\ a+b+c+d = 20$

16. $5^5 \div 5^a = 25,\ 5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

$5^5 \div 5^a = 5^{5-a} = 5^2$

$5 - a = 2 \quad \therefore a = 3$

$5 \times 5^b = 5^4, 5^{b+1} = 5^4$

$b + 1 = 4 \quad \therefore b = 3$

$a = 3,\ b = 3$

$\therefore\ a - b = 0$

17. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$

$-2x+1 = 3x+6, x = -1$

18. $\dfrac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되기 위한 a 의 개수는?
(단, $a \le 100$, a 는 자연수)

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$\dfrac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7} = \dfrac{a}{2^2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 100 이하의 3 의 배수이다.

19. $\frac{4567}{9900} = 0.ab\dot{c}\dot{d}$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \cdots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다. 이때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{4567}{9900} = 0.46\dot{1}\dot{3}$

$a = 4,\ b = 6,\ c = 1,\ d = 3$

$\therefore\ a+b+c+d = 14$

20. $x=2$, $y=\frac{1}{3}$, $z=-4$ 일 때, $\frac{xy^2z-2x^2y+5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{9}$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{y}{3x}-\frac{2}{3z}+\frac{5z}{3x^2} \\
&= \frac{\frac{1}{3}}{6}-\left(\frac{2}{-12}\right)+\left(-\frac{20}{12}\right) \\
&= \frac{1}{18}+\frac{1}{6}-\frac{5}{3} \\
&= -\frac{13}{9}
\end{aligned}
$$

21. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$을 만족하는 식 C를 구하면?

① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$
② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$
③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$
④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$
⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B를 정리하면
$A = 6b^3 - 3ab^2$, $B = 8ab^2 - 4$
$A - (B + 3C) = ab^2 + 1$에서
$A - B - 3C = ab^2 + 1$이고,
$3C = A - B - ab^2 - 1$
$3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$
$= 6b^3 - 12ab^2 + 3$
양변을 3으로 나누면
$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

22. $x+\frac{1}{y}=1,\ y+\frac{1}{2z}=1$ 일 때, $z+\frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1　　② -1　　③ 0　　④ $-\frac{1}{2}$　　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x+\frac{1}{y}=1,\ y+\frac{1}{2z}=1$ 을 x와 z를 y에 관하여 풀면, $x=\frac{y-1}{y}$,

$z=\frac{1}{2(1-y)}$

$z+\frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z+\frac{1}{2x}=\frac{1}{2(1-y)}+\frac{y}{2(y-1)}$$
$$=\frac{1}{2(1-y)}-\frac{y}{2(1-y)}$$
$$=\frac{1-y}{2(1-y)}=\frac{1}{2}$$

23. $x \circledcirc y = \begin{cases} x \neq y\text{이면 } -2 \\ x = y\text{이면 } 2 \end{cases}$ 라 할 때,

$a = \frac{1}{90}$, $b = 0.1$, $c = \frac{1}{10}$, $d = 0.0\dot{9}$에 대하여 $(a \circledcirc b) \circledcirc (c \circledcirc d)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$a = \frac{1}{90}$, $b = \frac{1}{10}$, $c = \frac{1}{10}$, $d = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$

$a \neq b$, $c = d$, $(a \circledcirc b) \circledcirc (c \circledcirc d) = -2 \circledcirc 2 = -2$

24. $x * y$ 를 $\begin{cases} x = y\text{이면 } 1 \\ x \neq y\text{이면 } -1 \end{cases}$ 이고, $a = 0.3$, $b = 0.\dot{3}$, $c = \frac{10}{33}$, $d = 0.2\dot{9}$, $e = \frac{1}{3}$ 일 때, 다음의 값을 구하여라.

$$(b * c) * (a * d) * (b * e)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$a = \frac{3}{10}$, $b = \frac{3}{9}$, $c = \frac{30}{99}$, $d = \frac{3}{10}$, $e = \frac{3}{9}$ 이므로

(준식) $= (-1) * 1 * 1 = (-1) * 1 = -1$

25. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$4 = 4$
$4^2 = 16$
$4^3 = 64$
$7 = 7$
$7^2 = 49$
$7^3 = 343$
$7^4 = 2401$
위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.
$101 \div 2 = 50 \cdots 1,\ 99 \div 4 = 24 \cdots 3$
그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.