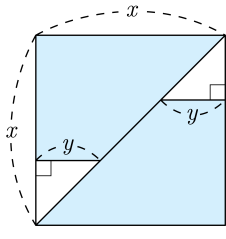


1. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$
④ $\frac{xy - y^2}{2}$

② $x^2 - y^2$
⑤ $\frac{x - y}{2}$

③ $x^2 - y$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

2. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

3. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} 6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 &= (3x - 2)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 &= Q(1) + R \\ \therefore Q(1) + R &= 13 \end{aligned}$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

4. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

5. $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$,
 $(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i$ 에서
복소수의 상등에 의하여
 $x + 3y = 1, -3x + 2y = 8$ 이고
연립하여 풀면 $y = 1, x = -2$
 $\therefore x + y = -1$

6. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

7. 복소수 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수 z 를 구하면?

① $z=2-3i$

② $z=4-3i$

③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$

⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$$

$$\therefore a=6, b=-3$$

$$\therefore z=6-3i$$

8. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

9. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

- ① $x \geq 2$

② $x \leq 3$

③ $x \leq 2$
- ④ $x \geq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2+5x-6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}\text{이려면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

$$\textcircled{1} \ x-3 \leq 0, \ x \leq 3$$

$$\textcircled{2} \ 2-x \leq 0, \ x \geq 2$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 동시에 만족시켜야 하므로

$$\therefore \ 2 \leq x \leq 3$$

10. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m+2=0 \quad \therefore m=2$

$m=2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x=2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

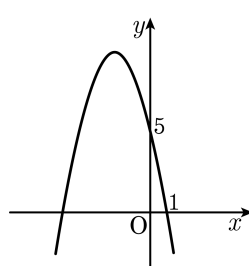
$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

13. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가
다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 최댓값을
구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



해설

$y = -x^2 + ax + b$ 가 점 $(1, 0)$, $(0, 5)$ 를
지나므로 $b = 5$,

$0 = -1 + a + b$, $a = -4$

$y = -x^2 - 4x + 5$

$= -(x + 2)^2 + 9$

$x = -2$ 일 때, 최댓값은 9 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

15. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

16. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

17. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

18. 상수 a, b 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

- ① 2
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$ 이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,
 $a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$
 $(a+b)x + (3a-b) = 6x+6$
 $\therefore a+b=6, 3a-b=6$
두 식을 연립하여 풀면,
 $a=3, b=6-a=3$
 $\therefore 2a+b=2\times 3+3=9$

19. x 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + a(x - 1)(x - 2) + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x 에 대한 항등식이므로
 $x = 1$ 일 때, $2 = c \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $x = 2$ 일 때, $9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $x = 3$ 일 때, $28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 7, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 15$

20. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

21. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면
 $1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{1}$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면
 $2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14})$ 이다.
 $\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$

22. $x^5 + x + 1$ 을 $x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$$x = -1 \text{을 양변에 대입하면 } R = -1$$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$Q(x) \text{를 } x - 1 \text{로 나눈 나머지는 } Q(1)$$

$$\textcircled{1} \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 = 2Q(1) - 1$$

$$\therefore Q(1) = 2$$

23. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x + 2)(x - 1)Q(x) \end{aligned}$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

24. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & a & b & c & \\ & & d & e & f & \\ \hline & 1 & g & h & \boxed{i} & \end{array}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & a & b & c & \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 & \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & \boxed{a+b+c+1} & \end{array}$$

이때 $a+b+c+1 = 1$ 이므로

$$a+b+c = 0$$

따라서 ③이다.

26. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\&= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\&= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\&= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

27. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

28. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

29. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$,
 $(x - 1)(3x^2 + ax + 2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 2)(x + 1)$$

$\therefore 3x^2 + ax + 2a$ 는

$x + 2$ 또는 $x + 1$ 을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$ 로 놓을 때

$x + 2$ 가 인수이면 $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$ 가 되어 적합하지 않다.

$\therefore x + 1$ 을 인수로 갖는다.

$x + 1$ 이 인수이면 $f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$

$\therefore a = -3$

30. 세 다항식 $f(x) = x^2 + x - 2$, $g(x) = 2x^2 + 3x - 2$, $h(x) = x^2 + mx + 8$ 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

해설

$f(x) = (x + 2)(x - 1)$
 $g(x) = (x + 2)(2x - 1)$ 이므로
 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수는 $x + 2$
이것이 $h(x)$ 의 약수이어야 하므로
 $h(-2) = 4 - 2m + 8 = 0$
 $\therefore m = 6$

31. 합이 $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^4 - 3x^2 + 2x$ 인 두 식을 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(2) \times g(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 12
- ② 22
- ③ 26
- ④ 32
- ⑤ 36

해설

$$f(x) = Ga, \ g(x) = Gb \ (\text{단, } a, b : \text{서로소})$$
$$f(x) + g(x) = G(a + b)$$
$$= (x - 1)(x + 2)(2x - 1) \cdots \text{㉠}$$
$$L = Gab = x(x - 1)^2(x + 2) \cdots \cdots \text{㉡}$$
$$\text{㉠, ㉡에서 } a + b \text{ 와 } ab \text{ 가 서로소이므로}$$
$$G = (x - 1)(x + 2)$$
$$\therefore f(x)g(x) = LG = x(x - 1)^2(x + 2)(x - 1)(x + 2) = x(x - 1)^3(x + 2)^2$$
$$\therefore f(2)g(2) = 32$$

32. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x+1=0, \quad x=-1$$

33. x 에 대한 이차방정식 $4x^2 + 2(2k + m)x + k^2 - k + 2n = 0$ 이 임의의 실수 k 에 대하여 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

해설

판별식이 0이어야 한다.

$$D' = (2k + m)^2 - 4(k^2 - k + 2n) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4km + 4k - 8n = 0$$

$$\Rightarrow 4k(m + 1) + m^2 - 8n = 0$$

임의의 k 에 대해 성립하려면

$$m + 1 = 0, \quad m^2 - 8n = 0$$

$$\Rightarrow m = -1, \quad n = \frac{1}{8}, \quad m + n = -\frac{7}{8}$$

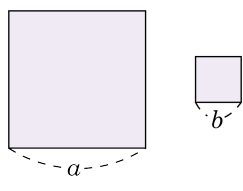
34. x 에 대한 방정식 $x^2 + 2ax + a^2 - 2a + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 근이 α, β 일 때,
 $\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a^2 - 2a + 3$
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $\quad = (-2a)^2 - 4(a^2 - 2a + 3)$
 $\quad = 8a - 12$
 $|\alpha - \beta| = 2$ 이므로,
 $8a - 12 = 4 \quad \therefore a = 2$

35. 길이가 16인 철사로 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 a , b 인 두 개의 정사각형을 만들었다. 이 두 정사각형의 넓이의 합이 10이다. 이 때, a , b 를 두 근으로 하는 x 에 대한 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 1이다.)



- ① $x^2 - 4x + 3 = 0$ ② $x^2 - 3x + 4 = 0$
 ③ $x^2 + 3x - 4 = 0$ ④ $x^2 + 4x + 2 = 0$
 ⑤ $x^2 - 2x - 2 = 0$

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 16이므로
 $4(a + b) = 16$ 에서 $a + b = 4$
 두 정사각형의 넓이의 합이 10이므로
 $a^2 + b^2 = 10$,
 $(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 = 16 - 2ab = 10$
 따라서 $2ab = 6$ 이고 $ab = 3$
 따라서 a , b 를 근으로 하는 이차방정식의 두 근의 합이 4, 곱이 3
 이므로 $x^2 - 4x + 3 = 0$

36. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

- ① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$
④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} 100 &= a \text{로 치환 하면} \\ (\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= a^6-1 \\ &= 100^6-1 \end{aligned}$$

37. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면?
(단, $x > 0$)

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

38. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누면 나누어 떨어지고, $f(x) - g(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다음 [보기]의 다항식 중에서 $x + 1$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $x + f(x)$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $x - g(x)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $x + f(x)g(x)$

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉢}}$

$\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}, \textcircled{\tiny \text{㉢}}$

해설

$f(x) + g(x) = (x + 1)Q(x)$
 $f(x) - g(x) = (x + 1)Q'(x) + 2$
 $x = -1$ 을 두 식에 각각 대입하면
 $f(-1) + g(-1) = 0 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉠}}$
 $f(-1) - g(-1) = 2 \cdots \textcircled{\tiny \text{㉡}}$
 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 을 연립하여 풀면 $f(-1) = 1, g(-1) = -1$
보기의 식 중에서 $x + 1$ 로 나누어 떨어지는 것은 $x = -1$ 을 대입하면 식의 값이 0 이 된다.
 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $-1 + f(-1) = -1 + 1 = 0$
 $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $-1 - g(-1) = -1 + 1 = 0$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $-1 + f(-1)g(-1) = -1 + 1 \times (-1) = -2$
 $\therefore \textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}$

39. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$ 을 계산하여라.

- ① 99
- ② 100
- ③ 4950
- ④ 5050
- ⑤ 10000

해설

$$\begin{aligned} &1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2 \\ &= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2 \\ &= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) + \\ &\quad \cdots + (3^2 - 2^2) + 1^2 \\ &= (99 - 98)(99 + 98) + (97 - 96)(97 + 96) + \cdots + (3 - 2)(3 + 2) + 1 \\ &= (99 + 98) + (97 + 96) + \cdots + (3 + 2) + 1 \\ &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 \\ &= (1 + 99) + (2 + 98) + \cdots + (49 + 51) + 50 \\ &= 4950 \end{aligned}$$

40. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 과 다음과 같다고 하자.

$$f(n) \begin{cases} i^{n+1} (n = 4k) \\ -i^n (n = 4k + 1) (\text{단, } k \text{는 정수}) \\ 2i (n = 4k + 2) \\ -i (n = 4k + 3) \end{cases}$$

(단, k 는 정수) 이 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$ 를 구하면?

- ① i ② $-i$ ③ 0 ④ $500i$ ⑤ $501i$

해설

$$\begin{aligned} n = 4k &\Rightarrow f(n) = i^{4k+1} = i \\ n = 4k + 1 &\Rightarrow f(n) = -i^{4k+1} = -i \\ n = 4k + 2 &\Rightarrow f(n) = 2i \\ n = 4k + 3 &\Rightarrow f(n) = -i \\ \therefore f(1) + f(2) + f(3) + f(4) &= -i + 2i - i + i = i \\ &\text{계속 반복되므로} \\ f(1) + f(2) + \cdots + f(2005) &= i \times 501 + f(2005) \\ &= 501i - i = 500i \end{aligned}$$

41. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$
㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

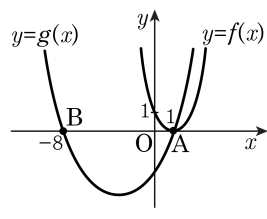
42. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - k(k+3)x + k^2 - 1 = 0$ 의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k 의 조건은?

- ① $-1 < k \leq 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $0 < k \leq 2$
④ $-1 \leq k \leq 0$ ⑤ $-1 \leq k \leq 1$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β 라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
 $\alpha\beta = k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$
 $\therefore -1 < k < 1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
 $\alpha + \beta = k(k+3) > 0 \quad \therefore k > 0, k < -3$
 $\alpha\beta = k^2 - 1 = 0 \quad \therefore k = \pm 1$
따라서, $k = 1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1 < k \leq 1$

43. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 점 $A(1, 0)$ 에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점 $A(1, 0)$, $B(-8, 0)$ 에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2 의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$ 의 근은?



- ① $x = 1$
 ② $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$
 ③ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 3$
 ④ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

해설

$$f(x) = (x-1)^2, g(x) = (x+8)(x-1) \text{ 이므로}$$

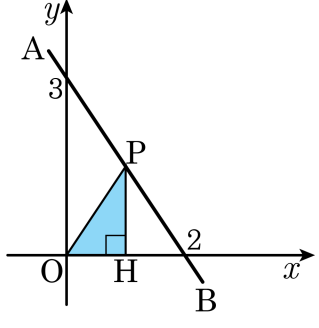
$$f(x) + 2g(x) = (x-1)^2 + 2(x+8)(x-1) = 3x^2 + 12x - 15$$

따라서, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$,

$$\approx 3x^2 + 12x - 15 = 0 \text{ 의 근은 } 3(x+5)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -5 \nVdash x = 1$$

44. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

45. 길이가 20m인 철망을 이용하여 벽을 한 면으로 하는 직사각형 모양의 가축 우리를 만들려고 한다. 가축 우리의 넓이가 최대가 되도록 만들 때, 그 넓이를 구하여라.



▶ 답 : m²

▷ 정답 : 50m²

해설

가축 우리의 세로의 길이를 x m라고 하면

가로 길이는 $(20 - 2x)$ m이다.

가축 우리의 넓이를 y m²라고 하면

$$y = x(20 - 2x) = -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50$$

한편, $x > 0$ 이고 $20 - 2x > 0$ 이므로

$$0 < x < 10$$

따라서 $x = 5$ 일때

가축 우리의 최대 넓이는 50m²이다.

46. n 이 양의 정수일 때, $8^{100n} - 1$ 을 9로 나눈 나머지는?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$8 = x$ 라 하면 $8^{100n} - 1 = x^{100n} - 1$ 이고 $9 = x + 1$ 이 된다.
 $x^{100n} - 1$ 을 $x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면
 $x^{100n} - 1 = (x + 1)Q(x) + R$
양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $R = 0$
 $\therefore x^{100n} - 1 = (x + 1)Q(x)$
위의 식에 $x = 8$ 을 대입하면 $8^{100n} - 1 = 9Q(x)$ 이므로 $8^{100n} - 1$ 을 9로 나눈 나머지는 0이다.

47. x 에 관한 두 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$, $g(x) = x^3 + bx^2 + 1$ 이 이차식의 최대공약수 $h(x)$ 를 가질 때, $h(-1)$ 의 값을 구하면? (단, $h(x)$ 의 이차항의 계수는 1이다.)

① 6 ② 3 ③ 0 ④ -3 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= x\{2x^2 + (a+b)x + 2\} = G(k+l) \\ f(x) - g(x) &= (a-b)x^2 + 2x - 2 = G(k-l) \quad (\text{단, } k, l : \text{서로소}) \\ \therefore -2x^2 - (a+b)x - 2 &= (a-b)x^2 + 2x - 2 \\ a-b &= -2, \quad a+b = -2 \\ \therefore a &= -2, \quad b = 0 \\ \therefore h(x) &= x^2 - x + 1 \quad \therefore h(-1) = 3 \end{aligned}$$

48. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 $\langle x \rangle$ 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + \langle x \rangle = 7$ 의 해를 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

x 가 정수 k 일 때,
 $[x] = \langle x \rangle = k$
 $k < x < k + 1$ 일 때,
 $[x] = k, \langle x \rangle = k + 1$
따라서 $[x] + \langle x \rangle = 7$ 이고
 $[x], \langle x \rangle$ 는 정수이므로
 $[x] = 3, \langle x \rangle = 4$ ($\because [x] \leq \langle x \rangle$)
 $\therefore 3 < x < 4$

49. 세 방정식 $x^2 + 2ax + bc = 0$, $x^2 + 2bx + ca = 0$, $x^2 + 2cx + ab = 0$ 의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? (단, a , b , c 는 실수)
- ① 세 방정식은 모두 실근을 갖는다.
② 세 방정식은 모두 허근을 갖는다.
③ 반드시 두 방정식만 실근을 갖는다.
④ 반드시 한 방정식만 실근을 갖는다.
⑤ 적어도 하나의 방정식은 실근을 갖는다.

해설

세 방정식의 판별식을 각각

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - bc,$$

$$\frac{D_2}{4} = b^2 - ca,$$

$$\frac{D_3}{4} = c^2 - ab \text{라 하면}$$

$$\frac{D_1}{4} + \frac{D_2}{4} + \frac{D_3}{4}$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \geq 0$$

따라서, $\frac{D_1}{4}$, $\frac{D_2}{4}$, $\frac{D_3}{4}$ 중 적어도 하나는 0보다 크거나 같다.

곧, 적어도 하나의 방정식은 실근을 갖는다.

50. x 의 방정식 $(x-a)(x-b)-cx=0$ 의 해가 α, β 일 때, x 의 방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+cx=0$ 의 해를 a, b 로 나타내면?

① $-a, -b$

② a, b

③ $-2a, -2b$

④ $2a, 2b$

⑤ $a, -b$

해설

$x^2 - (a+b+c)x + ab = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\alpha + \beta = a + b + c, \alpha\beta = ab$ 이것을

$x^2 - (\alpha + \beta - c)x + \alpha\beta = 0$ 에 대입하면

$x^2 - (a+b)x + ab = 0$

$\therefore (x-a)(x-b) = 0$ 따라서 $x = a, b$