

1. 어떤 수를 15로 나누면 7이 남는 수 중 100에 가장 가까운 수는?

① 90

② 92

③ 95

④ 97

⑤ 99

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 15 \times k + 7$ 이다.

$k = 6$ 일 때, $x = 15 \times 6 + 7 = 97$ 이고 $k = 7$ 일 때, $x = 15 \times 7 + 7 = 112$ 이다.

따라서 100에 가장 가까운 수는 97이다.

2. 36 을 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

36 의 약수를 구하면 된다. 36 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 이다. 따라서 9 개이다.

3. 어떤 자연수 x 를 7 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지는 4 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$x = 7 \times 6 + y$ ($0 \leq y < 7$) 이고 y 는 4 보다 큰 소수이므로 $y = 5$ 가 되어 $x = 7 \times 6 + 5 = 47$ 이다.

4. 다음 중 어떤 수를 7로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 0

② 5

③ 8

④ 9

⑤ 11

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 7$$

5. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

6. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

7. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① 1, 4

② 4, 5

③ 5, 20

④ 4, 5, 20

⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

8. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

9. 다음 표를 완성하고, $5^2 \times 11$ 의 약수를 모두 구하여라.

5^2 의 약수 11의 약수	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$		
11			

$\Rightarrow 5^2 \times 11$ 의 약수는 _____ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 풀이 참조

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 11 의 약수는 1, 11 이므로 표를 완성하면 다음과 같다.

5^2 의 약수 11의 약수	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
11	$11 \times 1 = 11$	$11 \times 5 = 55$	$11 \times 5^2 = 275$

$\Rightarrow 5^2 \times 11$ 의 약수는 1, 5, 11, 25, 55, 275 이다.

10. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, 140

해설

2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5×7 의 약수는 1, 5, 7, 5×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 2 = 14$	$7 \times 2^2 = 28$
5×7	$5 \times 7 \times 1 = 35$	$5 \times 7 \times 2 = 70$	$5 \times 7 \times 2^2 = 140$

따라서 $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수는 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, 140 이다.

11. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

12. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 5^3

② 2×3

③ $2^2 \times 7^2$

④ $5^2 \times 7$

⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $3 + 1 = 4$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

13. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(2 + 1)(a + 1) = 36$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

14. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(a + 1) = 12$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

15. $1231^n + 1232^n + 1233^n + 1234^n$ 의 값이 10의 배수일 때, 두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 99

해설

10의 배수가 되려면 1의 자리의 숫자가 0이 되어야 한다.

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n = 10k \text{ 에}$$

$n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 을 대입하면

$$1^n \rightarrow 1, 1, 1, 1, 1, \dots,$$

$$2^n \rightarrow 2, 4, 8, 6, 2, \dots,$$

$$3^n \rightarrow 3, 9, 7, 1, 3, \dots,$$

$$4^n \rightarrow 4, 6, 4, 6, 4 \dots$$

1^n 은 항상 1이고, 2^n , 3^n 은 4번마다, 4^n 은 2번마다 같은 일의 자리의 숫자를 가진다.

n 이 4의 배수가 아닐 때 $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ 은 10의 배수가 되므로 두 자리 자연수 n 의 최댓값은 99이다.

16. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세 자리의 수를 만들 때, 9 의 배수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 765

해설

9 의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 9 의 배수이다.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세 자리의 수 중에서,

7 로 시작하면서 각 자리의 수를 모두 더하면 9 의 배수가 되는 수는 765 이다.

∴ 9 의 배수 중 가장 큰 수=765