

1. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

2. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최대값은 3 ($\because k$ 는 정수)

3. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -(x-1)(x+3)$$

$$= -x^2 - 2x + 3$$

$$= -(x+1)^2 + 4$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

4. 방정식 $(k^2 - 3)x + 1 = -k(2x - 1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1 , 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ -3

④ 1

⑤ -2

해설

$$(k^2 + 2k - 3)x = k - 1, \quad (k - 1)(k + 3)x = k - 1$$

$k = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ (부정)

$$\therefore k_1 = 1$$

$k = -3$ 일 때, $0 \cdot x = -4$ (불능)

$$\therefore k_2 = -3$$

$$\therefore k_1 + k_2 = -2$$

5. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + 2(a-1)x - (a+1) = 0$ 은 어떤 근을 갖는지 판별하시오. (단, a 는 실수)

① 중근

② 한 실근과 한 허근

③ 서로 다른 두 실근

④ 서로 같은 두 실근

⑤ 서로 다른 두 허근

해설

$$ax^2 + 2(a-1)x - (a+1) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (a-1)^2 + a(a+1)$$

$$= a^2 - 2a + 1 + a^2 + a$$

$$= 2a^2 - a + 1 = 2\left(a^2 - \frac{1}{2}a\right) + 1$$

$$= 2\left(a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{16}\right) + 1 - \frac{1}{8}$$

$$= 2\left(a - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

6. 직선 $y = x + 4$ 에 평행하고, 곡선 $y = -x^2 + 2$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $4x + 4y = 9$

② $4x - 4y = 9$

③ $-4x + 4y = 9$

④ $-4x - 4y = 5$

⑤ $-4x - 4y = -5$

해설

직선 $y = x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식을 $y = x + k$ 라 하면
이차방정식 $x + k = -x^2 + 2$,

즉 $x^2 + x + k - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$D = 1 - 4k + 8 = 0$$

$$\therefore k = \frac{9}{4}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x + \frac{9}{4}$

$$\therefore -4x + 4y = 9$$

7. 이차함수 $y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다. 이때, ac 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때,
최댓값 3 이므로

$$y = a(x + 6)^2 + 3 = ax^2 + 12ax + 36a + 3$$

$$12a = -6, 36a + 3 = c \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, -18 + 3 = c, c = -15$$

$$\therefore ac = -\frac{1}{2} \times (-15) = \frac{15}{2}$$

8. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{\beta}$ ② $\frac{2}{\beta}$ ③ β ④ 2β ⑤ β^2

해설

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\alpha\beta = 1 \text{ 에서 } \beta = \frac{1}{\alpha},$$

$$\beta^2 = \frac{1}{\alpha^2}$$

$$1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} = 1 + \beta + \beta^2 = 2\beta$$

$$(\because \beta^2 + 1 = \beta)$$

해설

(별해1)

$$1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha^2} = \frac{2}{\alpha} \quad (\because \alpha^2 - \alpha + 1 = 0)$$

$$\alpha\beta = 1 \text{ 에서 } \beta = \frac{1}{\alpha}$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} = 2\beta$$

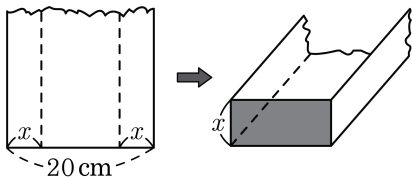
(별해2)

$$x^2 - x + 1 = 0 \text{ 의 근은 } \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 라 하면}$$

$$\frac{2}{\alpha} = \frac{2}{\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}} = 1 - \sqrt{3}i = 2\beta$$

9. 그림과 같이 너비가 20 cm 인 철판의 양쪽을 접어 물받이를 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되게 하려면 높이를 몇 cm 로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 5 cm

해설

색칠한 부분의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(20 - 2x) \\ &= -2x^2 + 20x \\ &= -2(x - 5)^2 + 50 \end{aligned}$$

따라서 높이는 5 cm로 해야 한다.

10. 이차함수 $y = x^2 + kx - 2k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값과 그 때의 k 의 값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 4$

▷ 정답 : $k = -4$

해설

$$y = \left(x + \frac{1}{2}k\right)^2 - 2k - \frac{1}{4}k^2$$

$$\therefore m = -2k - \frac{1}{4}k^2 = -\frac{1}{4}(k+4)^2 + 4$$

따라서 m 의 최댓값은 4 , $k = -4$ 이다.