1. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+3$ 이 다항식 $2x^2-x-3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값은 ?

① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -5

해설

$$2x^3+ax^2+bx+3=(2x^2-x-3)Q(x)$$
$$=(x+1)(2x-3)Q(x)$$

$x=-1$ 일 때, $-2+a-b+3=0$

$\therefore\ a-b=-1\cdots$㉠

$x=\dfrac{3}{2}$ 일 때, $\dfrac{27}{4}+\dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+3=0$

$27+9a+6b+12=0$

$\therefore\ 3a+2b=-13\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $a=-3,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=(-3)+(-2)=-5$

2. 다항식 $f(x)$를 $x+1$, $x+2$로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1이다. 이때, $f(x)$를 x^2+3x+2로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+5$ ② $-3x$ ③ $3x+6$

④ $4x+7$ ⑤ $5x+8$

해설

다항식 $f(x)$를 x^2+3x+2, 즉 $(x+1)(x+2)$로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$라고 하면

$f(x)=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$로 놓을 수 있다.

문제의 조건에서 $f(-1)=3$, $f(-2)=-1$이므로

$f(-1)=-a+b=3$

$f(-2)=-2a+b=-1$

이것을 풀면 $a=4$, $b=7$

따라서, 구하는 나머지는 $4x+7$

3. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$을 인수분해하면?

① $(x+y-1)(x+2y-1)$

② $(x-y-1)(x+2y-1)$

③ $(x-y+1)(x+2y-1)$

④ $(x-y-1)(x+2y+1)$

⑤ $(x+y+1)(x+2y-1)$

해설

x에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$x^2 + (y-2)x - 2y^2 - y + 1$

$= \{x - (y+1)\}\{x + (2y-1)\}$

$= (x-y-1)(x+2y-1)$

4. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$가 x에 대한항등식이 되도록 실수 $a+b+c+p$의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

양변에 $x = p$를 대입하면
$p^3 - p^2 + 2 = 0$
$(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore\ p = -1$
따라서 주어진 식은
$x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$
양변에 $x = 0$을 대입하면 $2 = a + b + c$
$\therefore\ a + b + c + p = 1$

해설

$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$
$= (x-p)\left\{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\right\}$
$\therefore\ (x+1)(x^2 - 2x + 2)$
$= (x-p)\left\{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\right\}$
양변을 비교하면, $x + 1 = x - p$,
$x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$
$\therefore\ p = -1$
또 $x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$
$= ax^2 + (2a+b)x + a + b + c$
$\therefore\ a = 1,\ 2a + b = -2,\ a + b + c = 2$
$\therefore\ b = -4,\ c = 5$
따라서 $a = 1,\ b = -4,\ c = 5,\ p = -1$
$\therefore\ a + b + c + p = 1$

5. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ 을 이용하여 $\dfrac{9999^3+1}{9998 \times 9999 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

해설

$9999 = a$ 라 하면

$$\frac{9999^3+1}{9998 \times 9999 + 1} = \frac{a^3+1}{(a-1)a+1}$$

$$= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$

$$= a+1 = 10000$$