

1. $\sqrt{18a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다. $\sqrt{18a} = \sqrt{3^2 \times 2 \times a}$
이므로 $a = 2$ 이다.

2. $4\sqrt{7} = \sqrt{a}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 112$

해설

$$4\sqrt{7} = \sqrt{4^2 \times 7} = \sqrt{112} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 112$$

3. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면?

① $3+2\sqrt{3}$

② $-3-2\sqrt{3}$

③ $-3+2\sqrt{3}$

④ $3-2\sqrt{3}$

⑤ $3+\sqrt{3}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{3}+2$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{3+2\sqrt{3}}{3-4} = -(3+2\sqrt{3}) \\ &= -3-2\sqrt{3}\end{aligned}$$

4. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{15}{8}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

5. $5x^2 - Ax - 3 = (Bx + 3)(x + C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B + C = 6$

해설

$$\begin{aligned} 5x^2 - Ax - 3 &= (Bx + 3)(x + C) \\ &= Bx^2 + (BC + 3)x + 3C \end{aligned}$$

$$B = 5$$

$$C = -1$$

$$-A = BC + 3 = -2, A = 2$$

$$\therefore A + B + C = 6$$

6. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로 길이를 구하면?

① $a+b+2$

② $a-b+6$

③ $a+b-6$

④ $a+b+6$

⑤ $a-b+5$

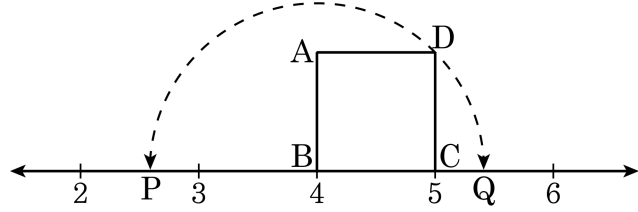
해설

$a+b=A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로 길이는 $a+b+6$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 D(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a) , Q(b) 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하면?



- ① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2} + 2$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2} - 2$

해설

□ABCD 넓이는 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
 $\therefore P(4 - \sqrt{2})$, $Q(4 + \sqrt{2})$
 따라서 $b - a = 4 + \sqrt{2} - (4 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ 이다.

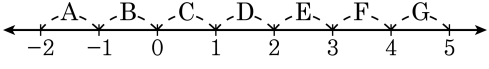
8. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \cdots$
 $B = 5$
 $C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \cdots$
 $D = \sqrt{15} + 1 = 4. \cdots$
 $E = \sqrt{48} - 1 = 5. \cdots$
따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

9. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?



- ① $2 + \sqrt{3} : G$
- ② $5 - \sqrt{2} : F$
- ③ $2\sqrt{3} + 1 : E$
- ④ $\sqrt{6} - 3 : A$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2} : B$

해설

- ① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$: 점 F
- ② $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$ 에서 $3 < 5 - \sqrt{2} < 4$: 점 F
- ③ $\sqrt{9} < 2\sqrt{3} < \sqrt{16}$ 에서 $4 < 2\sqrt{3} + 1 < 5$: 점 G
- ④ $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $-1 < \sqrt{6} - 3 < 0$: 점 B
- ⑤ $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$ 에서 $\frac{5}{2} < \frac{\sqrt{3} + 4}{2} < 3$: 점 E

10. 다음 중 무리수 $\sqrt{2} + 1$ 과 $2\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은?

① $3\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3} + 2$

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$ 이므로 $\sqrt{2} + 1 \approx 2.414$

$\sqrt{3} \approx 1.732$ 이므로 $2\sqrt{3} \approx 3.464$

⑤ $\sqrt{3} + 2 \approx 3.732$

11. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

- ① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

12. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값은?(단, $a > 0$, $b > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

13. $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} &= \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{6^2 \times 30}}{\sqrt{3^2 \times 15}} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

14. $a = \sqrt{32} - \frac{12}{\sqrt{8}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{6}}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b} = 6$

해설

$$a = 4\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3}\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{6\sqrt{2}}{18}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} = 6$$

15. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,
 a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화 시키면 $b = \sqrt{5} + 2$ 이다.
 $(a-1)x + 2(b+3)y + 1 = 0$ 식에
 $a = \sqrt{5} - 2, b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면
 $(\sqrt{5} - 2 - 1)x + 2(\sqrt{5} + 2 + 3)y + 1 = 0$
정리하면 $(\sqrt{5} - 3)x + 2(\sqrt{5} + 5)y + 1 = 0$,
전개하면 $x\sqrt{5} - 3x + 2y\sqrt{5} + 10y + 1 = 0$ 이다.
(유리수) + (무리수) = 0 이므로
(유리수) = 0, (무리수) = 0 이 되어야 한다.
 $x\sqrt{5} + 2y\sqrt{5} = 0, -3x + 10y + 1 = 0$ 이므로
 $x + 2y = 0, -3x + 10y = -1$ 이다.
두 식 $x + 2y = 0, -3x + 10y = -1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$ 이다.
또, $x + 2y = 0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

16. 두 다항식 $x^2 - ax + 2$, $2x^2 - 7x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 2$ 일 때, 나머지 인수들의 합을 구하면? (단, a , b 는 상수)

① $2x - 3$

② $x - 5$

③ $x + 2$

④ $3x - 4$

⑤ $x - 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax + 2 &= (x - 2)(x + k) \\&= x^2 + (k - 2)x - 2k \\k - 2 &= -a, -2k = 2 \\&\rightarrow k = -1, a = 3 \\2x^2 - 7x + b &= (x - 2)(2x + m) \\&= 2x^2 + (m - 4)x - 2m \\m - 4 &= -7, b = -2m \\&\rightarrow m = -3, b = 6 \\x^2 - 3x + 2 &= (x - 2)(x - 1) \\2x^2 - 7x + 6 &= (2x - 3)(x - 2) \text{ 이므로} \\&\text{나머지 인수들의 합은} \\(x - 1) + (2x - 3) &= 3x - 4 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

17. $x^2 + ax - 20$ 의 인수 중 하나가 $x + 4$ 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + ax - 20 = (x + 4)(x - 5) \quad \therefore a = -1$$

18. $x + a = 2$, $x - a = 7$ 일 때, $x^3 - a^3 + ax^2 - a^2x$ 는?

① 14

② 20

③ 24

④ 28

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= x^3 + ax^2 - (a^3 + a^2x) \\ &= x^2(x + a) - a^2(a + x) \\ &= (x + a)(x^2 - a^2) \\ &= (x + a)(x + a)(x - a) \\ &= (x + a)^2(x - a) \\ &= 2^2 \times 7 = 28 \end{aligned}$$

19. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2 의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

20. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{2}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,
 $(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$
이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.
따라서 $a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$
 $\therefore a = 8, b = 10, c = -\frac{3}{2}$
 $a + b + c = \frac{33}{2}$ 이다.