

1. 18 에 자연수 a 를 곱하여 $\sqrt{18a}$ 가 자연수가 되도록 할 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

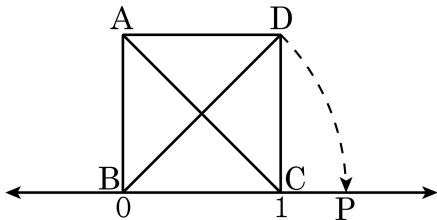
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{18a} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times a}, a = 2$$

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P 에 대응하는 수는?



① $\sqrt{2} - 1$

② $1 - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + 1$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{2}$$

점 P 는 점 B 를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

3. $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = (x+a)(x+b)$ 이고, $a > 0$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

4. $2x^2 - x + A = (2x - 3)(x + B)$ 꼴로 인수분해 될 때, $A + B$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(2x - 3)(x + B) &= 2x^2 + 2Bx - 3x - 3B \\ &= 2x^2 - x + A\end{aligned}$$

$$2B - 3 = -1, B = 1$$

$$-3B = A, A = -3$$

$$\therefore A + B = (-3) + 1 = -2$$

5. 다음 중 인수분해가 잘못된 것은?

① $3x^3 + x^2 - x = x(3x^2 + x - 1)$

② $-x^2 + 25 = (5 + x)(5 - x)$

③ $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

④ $36x^2 + 24xy + 4y^2 = (6x - 2y)^2$

⑤ $6x^2 + 5x + 1 = (2x + 1)(3x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{4} \quad 36x^2 + 24xy + 4y^2 &= 4(9x^2 + 6xy + y^2) \\ &= 4(3x + y)^2\end{aligned}$$

6. 두 식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수는?

① $2x + 3$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x - 5$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$$

$$2x^2 - 3x - 9 = (2x + 3)(x - 3)$$

7. 다음 중 $AB = 0$ 이 아닌 것을 고르면?

① $A = 0, B = 0$

② $A \neq 0, B \neq 0$

③ $A = 0, B \neq 0$

④ $-A = B = 0$

⑤ $A \neq 0, B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$

8. $a > 0$ 일 때, 이차방정식 $(x-3)^2 = a$ 에서 두 근의 합을 구한 것은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$(x-3)^2 = a, x-3 = \pm \sqrt{a}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{a}$$

따라서 두 근의 합은 6이다.

9. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

$$\textcircled{\text{㉠}} -\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -4a$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = -a$$

$$\textcircled{\text{㉢}} -\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -20a$$

$$\textcircled{\text{㉣}} 9\sqrt{a^2} + \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2} = 14a$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} -\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -11a - 7a = -18a$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = 5a + 6a = 11a$$

$$\textcircled{\text{㉢}} -\sqrt{(-4a)^2} \times \frac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -4a \times \frac{5a}{a^2} = -20$$

10. $\sqrt{20} < x < \sqrt{65}$ 를 만족하는 자연수 x 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

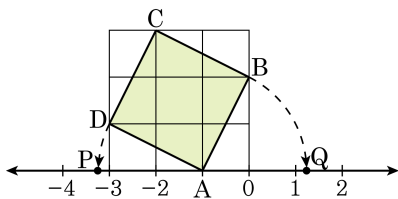
양변을 제곱하면

$$20 < x^2 < 65$$

$$x^2 = 25, 36, 49, 64$$

$$\therefore x = 5, 6, 7, 8$$

11. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$$p = -1 - \sqrt{5}, q = -1 + \sqrt{5}$$

$$\therefore p - q = -1 - \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = -2\sqrt{5} \text{ 이므로}$$

$a + b = 3$ 이다.

12. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은?

① $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

② $-\sqrt{5}$

③ -2

④ $\sqrt{5} + 1$

⑤ $-2 - \sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5} - (-2) = -\sqrt{5} + \sqrt{4} < 0$

$\therefore -\sqrt{5} < -2$

ii) $-\sqrt{5} - (-2 - \sqrt{5}) = 2 > 0$

$\therefore -\sqrt{5} > -2 - \sqrt{5}$

iii) $\sqrt{5} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$

$\therefore \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{5} + 1$

따라서 주어진 수의 순서는

$-2 - \sqrt{5} < -\sqrt{5} < -2 < \sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

13. $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a + b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{5}$$

$$a - b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b) &= \sqrt{5}\sqrt{5} + \sqrt{3}\sqrt{3} \\ &= 5 + 3 \\ &= 8\end{aligned}$$

14. $ab = 25$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{2a}{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $15\sqrt{2}$

해설

$ab = 25$ 이고 $a > 0$, $b > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{2a}{b}} &= \sqrt{\frac{8a^2b}{a}} + \sqrt{\frac{2ab^2}{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{2ab} \\ &= 2\sqrt{2ab} + \sqrt{2ab} \\ &= 3\sqrt{2ab} = 15\sqrt{2} \end{aligned}$$

15. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, 이를 이용하여 $\sqrt{0.008}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.08944 또는 $\frac{50}{559}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.008} &= \sqrt{\frac{8}{1000}} = \sqrt{\frac{80}{10000}} = \frac{4\sqrt{5}}{100} \\ &= \frac{4}{100} \times 2.236 = 0.08944\end{aligned}$$

16. $2x^4 - 2$, $x^3 - x^2 - 4x + 4$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x - 1$

해설

$$\begin{aligned} 2x^4 - 2 &= 2(x^4 - 1) \\ &= 2(x^2 - 1)(x^2 + 1) \\ &= 2(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - 4x + 4 &= x^2(x - 1) - 4(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$

양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

18. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

19. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

20. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$
 $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.

따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

21. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
㉡ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
㉢ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
㉤ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha(\alpha + 2) = 24 \text{에서 } \alpha = 4 \text{ 또는 } -6$$

㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$

㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.

㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$

$$\therefore m = 13$$

㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

22. 이차방정식 $x^2 - 3x + k - 10 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k - 10$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(k - 10) = 15$$

$$\therefore k = 7$$

23. 자연수 $10^4 - 1$ 의 약수의 개수는?

① 10 개

② 12 개

③ 16 개

④ 24 개

⑤ 28 개

해설

$$\begin{aligned}10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\&= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\&= 101 \times 11 \times 9 \\&= 3^2 \times 11 \times 101\end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$ (개)

24. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

25. $\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라. (단, $x^2 + y^2 \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 에서 양변에 $2xy$ 를 곱하여 정리하면

$$2x^2 - 4xy + 5y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$$

이 식을 $(\quad)^2 + (\quad)^2 + (\quad)^2 = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 - 4xy + 4y^2 + x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(x-2y)^2 + (x-2)^2 + (y-1)^2 = 0$$

따라서 $x = 2, y = 1$ 이다.