

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{4}{3}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2 = 0$$

2. 다항식 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 -3 이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

- ① $-4x+7$
- ② $-4x-3$
- ③ $2x+3$
- ④ $2x-3$
- ⑤ $3x-1$

해설

나머지정리에 의하여
 $(x+2)f(x)$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $3f(1)=9$ 이므로 $f(1)=3\cdots\textcircled{\text{㉠}}$
 $(2x-3)f(3x-7)$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $3f(2)=-3$ 이므로 $f(2)=-1\cdots\textcircled{\text{㉡}}$
 $f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$ 에 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 을 대입하면
$$\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$$

이므로 $a=-4, b=7$

3. x, y 가 실수일 때, $-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 = -(x+2)^2 - (y-3)^2 + 1$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x+2)^2 \geq 0, (y-3)^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 \leq 1$$

따라서 $x = -2, y = 3$ 일 때

주어진 식의 최댓값은 1 이다.

4. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값을 정하면?

㉠ -1 ㉡ 1 ㉢ 0 ㉣ 2 ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k \\ & x^2+5x=X \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (X+4)(X+6)-k \\ & \quad = X^2+10X+24-k \\ & \text{완전제곱식이 되려면 } 24-k=25 \\ & \therefore k=-1 \end{aligned}$$

5. 이차부등식 $x^2 - 2x - 3 > 3|x - 1|$ 의 해가 이차부등식 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해와 같을 때, 실수 a, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

1) $x \geq 1$ 일 때,
 $x^2 - 2x - 3 > 3x - 3, x^2 - 5x > 0$
 $x(x - 5) > 0, x < 0$ 또는 $x > 5$
 $\therefore x > 5$
2) $x < 1$ 일 때,
 $x^2 - 2x - 3 > -3x + 3, x^2 + x - 6 > 0$
 $(x + 3)(x - 2) > 0, x < -3$ 또는 $x > 2$
 $\therefore x < -3$
1), 2)에서 $x < -3$ 또는 $x > 5$
한편 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해가
 $x < -3$ 또는 $x > 5$ 이므로
 $a < 0$ 이고, $ax^2 + 2x + c = a(x + 3)(x - 5)$ 이다.
 $ax^2 + 2x + c = ax^2 - 2ax - 15a$ 에서
 $a = -1, c = 15 \quad \therefore a + c = 14$