

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{4}{3}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2 = 0$$

2. 다항식 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 -3 이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $-4x + 7$

② $-4x - 3$

③ $2x + 3$

④ $2x - 3$

⑤ $3x - 1$

해설

나머지정리에 의하여

$(x+2)f(x)$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$3f(1) = 9 \text{이므로 } f(1) = 3 \cdots \textcircled{7}$$

$(2x-3)f(3x-7)$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$3f(2) = -3 \text{이므로 } f(2) = -1 \cdots \textcircled{8}$$

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 에 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = -1 \end{cases}$$

이므로 $a = -4$, $b = 7$

3. x, y 가 실수일 때, $-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 = -(x + 2)^2 - (y - 3)^2 + 1$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x + 2)^2 \geq 0, (y - 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 \leq 1$$

따라서 $x = -2, y = 3$ 일 때

주어진 식의 최댓값은 1이다.

4. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k$ 가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값을 정하면?

① -1

② 1

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - k$$

$$= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - k$$

$$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - k$$

$x^2 + 5x = X$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (X+4)(X+6) - k$$

$$= X^2 + 10X + 24 - k$$

완전제곱식이 되려면 $24 - k = 25$

$$\therefore k = -1$$

5. 이차부등식 $x^2 - 2x - 3 > 3|x - 1|$ 의 해가 이차부등식 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해와 같을 때, 실수 a, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

1) $x \geq 1$ 일 때,

$$x^2 - 2x - 3 > 3x - 3, \quad x^2 - 5x > 0$$

$$x(x - 5) > 0, \quad x < 0 \text{ 또는 } x > 5$$

$$\therefore x > 5$$

2) $x < 1$ 일 때,

$$x^2 - 2x - 3 > -3x + 3, \quad x^2 + x - 6 > 0$$

$$(x + 3)(x - 2) > 0, \quad x < -3 \text{ 또는 } x > 2$$

$$\therefore x < -3$$

1), 2)에서 $x < -3$ 또는 $x > 5$

한편 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해가

$x < -3$ 또는 $x > 5$ 이므로

$a < 0$ 이고, $ax^2 + 2x + c = a(x + 3)(x - 5)$ 이다.

$ax^2 + 2x + c = ax^2 - 2ax - 15a$ 에서

$$a = -1, c = 15 \quad \therefore a + c = 14$$