

1. $x(y - a) - y + a$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x + 1)(y + a)$

② $(x + 1)(y - a)$

③ $(x - 1)(y + a)$

④ $(x - 1)(y - a)$

⑤ $(1 - x)(a + y)$

해설

$$\begin{aligned}x(y - a) - y + a &= x(y - a) - (y - a) \\ &= (x - 1)(y - a)\end{aligned}$$

2. $3x(x - 2y) - x + 2y$ 를 인수분해한 것은?

① $(3x - 1)(x - 2y)$

② $(3x + 1)(x + 2y)$

③ $(3x - 2y)(x + y)$

④ $(3x - 2y)(x - 1)$

⑤ $(3x + 2y)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} 3x(x - 2y) - x + 2y &= 3x(x - 2y) - (x - 2y) \\ &= (x - 2y)(3x - 1) \end{aligned}$$

3. 다음 식이 완전제곱식으로 인수분해될 때, 빈 칸에 들어갈 숫자로 바른 것을 고르면?

$$4x^2 + 20x + \square$$

① 20

② 25

③ 30

④ 35

⑤ 40

해설

$4(x^2 + 5x + \Delta)$ 에서 이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 되므로 5 의 절반의 제곱은 $\frac{25}{4}$ 이다.

$\Delta = \frac{25}{4}$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 4(x^2 + 5x + \Delta) &= 4\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) \\ &= 4x^2 + 20x + 25 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $\square = 25$ 이다.

4. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

5. $(x - 2y)(x - 2y - 4z) - 12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x - 4y + 4z$

② $2x - 4y - 4z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 4y + 4z$

⑤ $4x - 2y - 4z$

해설

$x - 2y = A$ 라 하면

$$A(A - 4z) - 12z^2 = A^2 - 4Az - 12z^2$$

$$= (A - 6z)(A + 2z)$$

$$= (x - 2y - 6z)(x - 2y + 2z)$$

$$\therefore (x - 2y - 6z) + (x - 2y + 2z) = 2x - 4y - 4z$$

6. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $2x + 2y - 3z$

② $2x - 2y - 3z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 3y - 2z$

⑤ $2x + 2y + 3z$

해설

$(x+y) = A$ 라 하면

$$A(A-3z)-4z^2 = A^2 - 3Az - 4z^2$$

$$= (A-4z)(A+z)$$

$$= (x+y-4z)(x+y+z)$$

$$\therefore (x+y-4z) + (x+y+z) = 2x + 2y - 3z$$

7. $(x+2)^2 - (2x-3)^2$ 을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$ 이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면? (단, a 는 양수)

① -5

② -1

③ -3

④ -10

⑤ -12

해설

$x+2=A$, $2x-3=B$ 로 치환하면

$$(x+2)^2 - (2x-3)^2$$

$$= A^2 - B^2$$

$$= (A+B)(A-B)$$

$$= (x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$$

$$= (3x-1)(-x+5)$$

$$= -(3x-1)(x-5)$$

$$\therefore a+b+c = 3 + (-1) + (-5) = -3$$

8. $(2x-1)^2 - (x+2)^2$ 을 인수분해하면 $(3x+a)(x+b)$ 가 된다고 한다.
이 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$2x-1=A$, $x+2=B$ 로 치환하면

$$(2x-1)^2 - (x+2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x-1+x+2)(2x-1-x-2)$$

$$= (3x+1)(x-3)$$

$$\therefore a=1, b=-3$$

$$\therefore a-b=1+3=4$$

9. $(3x - 2)^2 - (2x + 3)^2 = (Ax + 1)(x + B)$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A + B = 0$

해설

$3x - 2 = X$, $2x + 3 = Y$ 로 치환하면

$$(3x - 2)^2 - (2x + 3)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= (5x + 1)(x - 5)$$

$$\therefore A = 5, B = -5$$

$$\therefore A + B = 0 \text{ 이다.}$$

10. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &= (x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{ 라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8

④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$

② $x+4$

③ x^2+6x+8

⑤ x^2+6x+4

11. $2x^2 - \frac{9}{2}y^2$ 을 인수분해하면?

① $(2x + 3y)(4x - 6y)$

② $(4x + 6y)(2x - 3y)$

③ $2(2x + 3y)(2x - 3y)$

④ $\frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y)$

⑤ $\frac{1}{2}(2x + 3y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - \frac{9}{2}y^2 &= \frac{1}{2}(4x^2 - 9y^2) \\ &= \frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y) \end{aligned}$$

12. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab$, $B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$A = 2a(a - 2b), B = a(ab - 2)$$

- ㉡ B 의 인수는 a , $ab - 2$, $a(ab - 2)$ 이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

13. 이차식을 인수분해하면 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8 = (xy + Ax + B)(xy + Cx + D)$ 일 때, $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y + 4 = t$ 로 치환하면

$$x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8$$

$$= x^2t^2 + 2xt - 8$$

$$= (xt + 4)(xt - 2)$$

$$= \{x(y+4) + 4\} \{x(y+4) - 2\}$$

$$= (xy + 4x + 4)(xy + 4x - 2)$$

따라서 $A = B = C = 4$, $D = -2$ 이므로 $A + B + C + D = 10$ 이다.

14. $(a - 2b - 3)(a + 2b + 3)$ 을 전개한 식으로 옳은 것은?

① $a^2 + 4b^2 - 12b - 9$

② $a^2 - 4b^2 - 12b + 9$

③ $a^2 - 4b^2 + 12b + 9$

④ $a^2 - 4b^2 - 12b - 9$

⑤ $a^2 + 4b^2 + 12b - 9$

해설

$2b + 3 = A$ 라 치환하면

$$\begin{aligned}(a - A)(a + A) &= a^2 - A^2 \\ &= a^2 - (2b + 3)^2 \\ &= a^2 - (4b^2 + 12b + 9) \\ &= a^2 - 4b^2 - 12b - 9\end{aligned}$$

15. $(x+y)(x+y+6)+9$ 를 치환을 이용하여 인수분해하면?

① $(x+y+3)^2$

② $(x+y-3)^2$

③ $(x-y-3)^2$

④ $(x+y+3)(x+y-3)$

⑤ $(x+y+3)(x-y-3)$

해설

$x+y=A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A+6)+9$$

$$= A^2 + 6A + 9 = (A+3)^2$$

$$= (x+y+3)^2$$

16. $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수들 모두 찾으시오.

㉠ $x - 1$

㉡ $x + 1$

㉢ $x - 2$

㉤ $x + 2$

㉥ $x - 4$

㉦ $x + 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$x^2 + 3x = A$ 라고 하자.

$$(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$$

$$= (A + 3)(A - 5) + 7$$

$$= A^2 - 2A - 15 + 7$$

$$= A^2 - 2A - 8$$

$$= (A + 2)(A - 4)$$

$$= (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4)$$

$$= (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + 4)$$

따라서 $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수는 $x + 1$, $x + 2$, $x - 1$, $x + 4$ 이다.

17. $ab + 5a - 3b - 23 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0, b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$ab + 5a - 3b - 23 = 0$$

$$a(b + 5) - 3(b + 5) + 15 - 23 = 0$$

$$(a - 3)(b + 5) - 8 = 0$$

$$(a - 3)(b + 5) = 8$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } b + 5 > 5$$

$$a - 3 = 1, b + 5 = 8$$

$$\therefore a = 4, b = 3$$

18. $(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2 = 8a (Aa + Bb + C)$ 일 때, $A + B - C$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B - C = -4$

해설

$2a - 3b + 1 = X$, $2a + 3b - 1 = Y$ 로 치환하면

$$(2a - 3b + 1)^2 - (2a + 3b - 1)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= 4a(-6b + 2)$$

$$= 8a(-3b + 1)$$

$$\therefore A + B - C = 0 + (-3) - 1 = -4$$

19. x, y 는 자연수이다. x, y 의 값과 상관없이 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 나눌 수 있는 가장 큰 짝수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

인수분해하면

$$\begin{aligned} & (x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2 \\ &= \{(x + y - 3) + (x - y + 3)\} \\ & \quad \{(x + y - 3) - (x - y + 3)\} \\ &= 2x(2y - 6) \\ &= 4x(y - 3) \end{aligned}$$

이므로 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 x, y 의 값과 상관없이 나눌 수 있는 가장 큰 짝수는 4 이다.

20. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 - 5x + 8)(x^2 + 5x - 2)$

② $(x^2 + 5x - 8)(x^2 - 5x + 2)$

③ $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 2)$

④ $(x^2 + 5x + 8)(x^2 + 5x + 2)$

⑤ $(x^2 + 5x + 8)(x^2 + 5x - 1)$

해설

$$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - 8$$

$$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 8 \text{ 에서}$$

$$x^2 + 5x = A \text{ 라 하면,}$$

$$A^2 + 10A + 16 = (A + 8)(A + 2)$$

$$= (x^2 + 5x + 8)(x^2 + 5x + 2)$$

21. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) - p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면?

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$x^2 + 8x = A$ 라 하면

$$(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p$$

$$= (A + 7)(A + 15) - p$$

$$= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2$$

$$\therefore 105 - p = 121$$

$$\therefore p = -16$$

22. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) + m \end{aligned}$$

$x^2 - 5 = t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$\therefore m = 1$ 이다.

23. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2 = (x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2 = 105 + a$$

$$\therefore a = 16$$

24. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$$

$$= 2x(x - 5)(\text{ })$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 \text{ 에서 } \text{ } \text{를 A 로 치환한다.}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad x - 1, x - y$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad x - 1, x + y$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad x + 1, x - y$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad x + 1, x + y$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad x, x + y$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉠}} \quad 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

25. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2 - 1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

26. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

27. $(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해하면?

① $(x-2)(x-5)(x+2)$

② $(x-2)(x+5)(x+2)$

③ $(x-2)(x-5)(x+3)$

④ $(x-2)(x+5)(x-2)$

⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$A = x - 2$ 로 치환하면

$$(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$$

$$= Ax^2 - 3Ax - 10A$$

$$= A(x^2 - 3x - 10)$$

$$= A(x-5)(x+2)$$

$$= (x-2)(x-5)(x+2)$$

28. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$x + 4 = t \text{ 라 하면}$$

$$(t + y)(t - y) - 16x$$

$$= t^2 - y^2 - 16x$$

$$= (x + 4)^2 - 16x - y^2$$

$$= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2$$

$$= (x^2 - 8x + 16) - y^2$$

$$= (x - 4)^2 - y^2$$

$$= (x + y - 4)(x - y - 4)$$

29. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

30. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

31. 0 부터 9 까지의 숫자가 적힌 카드 10 장이 있다. 이 중 2 장을 택해 카드에 적힌 숫자를 x, y 라고 할 때, $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 11 가지

▷ 정답: 11 가지

해설

$$\sqrt{xy+x-3y-3} = \sqrt{(x-3)(y+1)} \text{ 이므로}$$

$(x-3)(y+1)$ 이 완전제곱수일 때, 주어진 식이 자연수가 된다.

$$(x-3)(y+1) = 1 \text{ 일 때, } (x, y) = (4, 0)$$

$$(x-3)(y+1) = 4 \text{ 일 때,}$$

$$(x, y) = (4, 3)(5, 1)(7, 0)$$

$$(x-3)(y+1) = 9 \text{ 일 때, } (x, y) = (4, 8)(6, 2)$$

$$(x-3)(y+1) = 16 \text{ 일 때, } (x, y) = (5, 7)(7, 3)$$

$$(x-3)(y+1) = 25 \text{ 일 때, } (x, y) = (8, 4)$$

$$(x-3)(y+1) = 36 \text{ 일 때, } (x, y) = (7, 8)(9, 5)$$

따라서 $\sqrt{xy+x-3y-3}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는 모두 11 가지이다.

32. 다음 중 $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + 4$

② $x + 3$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$ 로 치환하면

(준식) $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8) \\ &= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

33. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

① $x^2 - x + 1$

② $x^2 + x - 1$

③ $x^2 - 2x - 1$

④ $x^2 - x + 3$

⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21$$

$$= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21$$

$$x^2 - x = A \text{ 로 놓으면}$$

$$(A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21$$

$$= A^2 - 8A - 9$$

$$= (A - 9)(A + 1)$$

$$= (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1)$$