

1. 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3} + 7 < 9$

② $\sqrt{15} - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{8}$

③ $\sqrt{11} - 5 < \sqrt{11} - \sqrt{26}$

④ $\sqrt{50} + 7 > 14$

⑤ $-\sqrt{5} - 3 > -\sqrt{6} - 3$

해설

$$\textcircled{3} \quad (\sqrt{11} - 5) - (\sqrt{11} - \sqrt{26}) = -5 + \sqrt{26} = -\sqrt{25} + \sqrt{26} > 0$$

$$\therefore \sqrt{11} - 5 > \sqrt{11} - \sqrt{26}$$

2. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ 의 값은?

① 1

② $3\sqrt{7}$

③ 4

④ 21

⑤ 49

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\therefore \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{\sqrt{21^2}}{21} = 1$$

3. $\frac{2}{6\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{2}}{3a}$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore 3a = 6, a = 2$$

4. 다음 중 계산이 잘못된 것은?

$$\textcircled{1} \quad \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{5\sqrt{2}}{12} - \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\textcircled{2} \quad 4\sqrt{10} - 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 8\sqrt{10} = -8\sqrt{7} + 12\sqrt{10}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{15}$$

$$\textcircled{5} \quad 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

해설

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

5. $2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3} = 2a - 7 + (8 - 4a)\sqrt{3}$$

주어진 식이 유리수가 되기 위해서는 $8 - 4a$ 의 값이 0이 되어야 한다.

$$8 - 4a = 0 \quad \therefore a = 2$$

6. 이차방정식 $(x + 2)(x - 3) = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

7. 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

② $-\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$

④ $\sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$

해설

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$

9. $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 한 것은?

① 2

② $2\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} &= \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{\frac{30 \times 5}{10 \times 3}} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

10. 다음 식의 계산 결과가 틀린 것은?

$$\textcircled{1} \sqrt{24} + 5\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = \sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{45}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6} = -\frac{\sqrt{5}}{6}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{12} + \sqrt{50} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = \sqrt{3} + 7\sqrt{2}$$

$$\textcircled{5} 5\sqrt{3} + \frac{15}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{75} = 0$$

해설

$$\textcircled{1} \sqrt{24} + 5\sqrt{6} = 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 7\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{45}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{6} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{6} - \frac{9\sqrt{5}}{6} + \frac{\sqrt{5}}{6} \\ &= -\frac{6\sqrt{5}}{6} = -\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \sqrt{12} + \sqrt{50} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{3} + 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} 5\sqrt{3} + \frac{15}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{75} \\ &= 5\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{3} - 10\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

11. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 16$

② $x^2 + 8x + 16$

③ $x^2 + x - 12$

④ $2x^2 + 9x + 4$

⑤ $x^2 - 8x + 16$

해설

① $(x + 4)(x - 4)$

② $(x + 4)^2$

③ $(x - 3)(x + 4)$

④ $(2x + 1)(x + 4)$

⑤ $(x - 4)^2$

따라서 나머지는 모두 $(x+4)$ 의 인수를 갖지만 ⑤는 갖지 않는다.

12. $x^2 + \square x - 6$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, \square 안에 알맞은 정수가 아닌 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 5

⑤ -5

해설

② $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$

③ $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

④ $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$

⑤ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

13. $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $x + 3$

② $x + 2$

③ $3x + 2$

④ $2x$

⑤ $2x + 3$

해설

$x - 3 = t$ 로 놓으면

$$t^2 + 6t + 8 = (t + 4)(t + 2)$$

$$= (x - 3 + 4)(x - 3 + 2)$$

$$= (x + 1)(x - 1)$$

$$\therefore (x + 1) + (x - 1) = 2x$$

14. $\frac{13 \times 28 - 13 \times 4}{5^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\frac{13 \times 28 - 13 \times 4}{5^2 - 1} = \frac{13(28 - 4)}{(5 + 1)(5 - 1)} = 13$$

15. $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

$$(x - 4)^2 = 9$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

부등식 $-x - 8 \leq -2(x + 1)$ 을 정리하면 $x \leq 6$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.

$x = 1$ 일 때, $(1 - 4)^2 = 9$ 를 만족한다.

16. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, k 의 값과 다른 근을 구하면?

① $k = 0, 1 - \sqrt{3}$

② $k = 1, 2 + \sqrt{3}$

③ $k = 2, 1 + \sqrt{3}$

④ $k = 3, 1 - \sqrt{3}$

⑤ $k = 4, 2 + \sqrt{3}$

해설

한 근 $2 - \sqrt{3}$ 을 대입하여 k 를 구하면 $k = 1$

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 에서 $x = 2 \pm \sqrt{3}$

따라서 다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$

17. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, -2$ 일 때, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$(x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0, a = 5, b = 6$$

$$6x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$(3x + 1)(2x + 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

18. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로

$$36 - 4 \times 1 \times (-3 + k) = 0$$

$$36 + 12 - 4k = 0$$

$$4k = 48$$

$$\therefore k = 12$$

19. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

① 0의 제곱근은 1개이다.

② a 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.

③ 제곱근 a 는 \sqrt{a} 이다.

④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

20. 다음 식을 간단히 하여라.

$$-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} \times \sqrt{0.4^2} - \sqrt{(-1.2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1.8

해설

$$\begin{aligned} &-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} \times \sqrt{0.4^2} - \sqrt{(-1.2)^2} \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \times 0.4 - 1.2 \\ &= -0.5 - 0.1 - 1.2 = -1.8 \end{aligned}$$

21. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

22. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

23. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답:

▷ 정답: $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로} \\ a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27} \\ > 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

24. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

① $\frac{-13 - 4\sqrt{10}}{3}$

② $\frac{13 - 4\sqrt{10}}{3}$

③ $-14 - 2\sqrt{10}$

④ $14 + 2\sqrt{10}$

⑤ $18 + 2\sqrt{10}$

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3} \end{aligned}$$

25. 신의는 한 변의 길이가 각각 x cm , y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

26. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

27. $-1 < a < b < 0 < c$ 일 때,
 $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$ 의 값을 구하
여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2b + 1$

해설

$-1 < a < b < 0 < c$ 에서

$a + 1 > 0, -b > 0, a - b < 0, -2c < 0$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2} \\ &= \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{(2c)^2} \\ &= (a+1) - (-b) - (a-b) - 2c + 2c \\ &= a+1+b-a+b-2c+2c \\ &= 2b+1 \end{aligned}$$

28. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$

㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$

㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$

㉤ $-(\sqrt{-y})^2$

㉥ $-\sqrt{(y-3)^2}$

㉦ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉦

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$

㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$

㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$

㉤ : $y, -2 < y < -1$

㉥ : $y-3, -5 < y-3 < -4$

㉦ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$

㉡, ㉥ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

29. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

30. $a < 0, b < 0$ 이고, $ab = 9$ 일 때, $\frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a} + \frac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

$a < 0, b < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{a^2}, b = -\sqrt{b^2}$

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a} + \frac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b} \\ &= \frac{1}{a} \sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{1}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} \\ &= \left(-\sqrt{\frac{1}{a^2}}\right) \sqrt{\frac{a}{b}} + \left(-\sqrt{\frac{1}{b^2}}\right) \sqrt{\frac{b}{a}} \\ &= -\sqrt{\frac{1}{ab}} - \sqrt{\frac{1}{ab}} = -2\sqrt{\frac{1}{ab}} \\ &= -2 \times \sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

31. $\sqrt{3}+1$ 의 소수 부분을 a , $3-\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(x, y) = (a, b)$ 는 식 $\sqrt{3}(x+m) + ny - 11 = 0$ 의 해이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 5$

▷ 정답: $n = 4$

해설

$2 < \sqrt{3} + 1 < 3$ 이므로 $a = \sqrt{3} + 1 - 2 = \sqrt{3} - 1$

$1 < 3 - \sqrt{3} < 2$ 이므로 $b = 3 - \sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3}$

a, b 를 $\sqrt{3}(x+m) + ny - 11 = 0$ 에 대입하면

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1+m) + n(2-\sqrt{3}) - 11 = 0$$

$$\sqrt{3}(m-n-1) + 2n - 8 = 0$$

따라서 $m - n - 1 = 0$, $2n - 8 = 0$ 을 연립하면 $m = 5$, $n = 4$ 이다.

32. 자연수 a, b, c 에 대하여 $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 69$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $abc = 24$

해설

$$abc + ab + bc + ca + a + b + c = 69$$

$$ab(c + 1) + b(c + 1) + a(c + 1) + c = 69$$

$$ab(c + 1) + b(c + 1) + a(c + 1) + c + 1 = 70$$

$$(c + 1)(ab + a + b + 1) = 70$$

$$(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 70$$

a, b, c 는 자연수이고 $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 5, b = 4$$

$$c + 1 = 7, c = 6$$

$$\therefore abc = 24$$

33. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p - 4q - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$x^2 - (1 + p)x + p = 0, x = 1, x = p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - (q - 1)x - q = 0, x = -1, x = q \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0, x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{㉢}$$

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,

㉠에서 공통근은 $x = p$

㉢에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$

㉡에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$

$$\therefore p = 4q = -1, p - 4q = 0$$

$$\therefore p - 4q - 1 = -1$$