

1. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.

$k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.

따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

2. 어떤 자연수를 12로 나누었더니, 몫이 5이고 나머지가 7이었다. 이 수를 13으로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 12 \times 5 + 7 = 13 \times 5 + 2$ 이므로 $a = 5$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5 + 2 = 7$ 이다.

3. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

4. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$, $11 \times 28 = 308$ 이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

5. 다음 세 자리 수는 3의 배수이다. 안에 들어갈 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

$$2 \square 8$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 8

해설

각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로

$$2 + \square + 8 = 10 + \square$$

$$\therefore \square = 2, 5, 8$$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

7. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

8. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답:

▷ 정답: 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’이다.

9. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

10. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

① $124 = 2^2 \times 31$

② $54 = 2 \times 3^3$

③ $72 = 2^3 \times 3^3$

④ $196 = 2^2 \times 7^2$

⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

11. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

12. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① 360의 소인수는 2개다.

② 420의 소인수는 3개다.

③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.

④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.

⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로

360의 소인수는 2, 3, 5

420의 소인수는 2, 3, 5, 7

13. 252를 소인수분해한 후, 소인수의 합을 바르게 구한 것은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7, \text{ 소인수 : } 2, 3, 7$$

$$2 + 3 + 7 = 12$$

14. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

15. 120 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 30$

▷ 정답 : $b = 60$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 3 \times 5 \times 1^2 = 30$$

$$\begin{aligned} 120 \times a &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= (2^2 \times 3 \times 5)^2 \\ &= b^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 60$$

16. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은?

① 3^2

② 2×3

③ $2^3 \times 5$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360 의 약수가 아니다.

17. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기

풀이)

㉠ 10 을 소인수분해하면 2×5 이므로

㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$

㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면

㉤ $(0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$ 이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 32$ (개) 이다.

18. 882의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은 ?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

19. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로

$$(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$$

$$x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^3 = 8$$

20. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

21. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 15 와 24

② 8 과 15

③ 14 와 35

④ 36 과 54

⑤ 2 와 6

해설

① 15 와 24 의 최대공약수는 3

③ 14 와 35 의 최대공약수는 7

④ 36 과 54 의 최대공약수는 9

⑤ 2 와 6 의 최대공약수는 2

22. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^3 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

23. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

24. $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, 180 의 공약수가 아닌 것은?

① 3

② 2^2

③ 6

④ 9

⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

25. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

㉠ 16, 10, 12

㉡ 8, 6, 12

㉢ 4, 16, 32

① 40, 18, 16

② 240, 48, 56

③ 4, 52, 12

④ 240, 24, 32

⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 10 \ 12} \\ 2 \overline{) 8 \ 5 \ 6} \\ \hline 4 \ 5 \ 3 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240$ 이다.

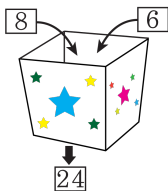
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6 \ 12} \\ 2 \overline{) 4 \ 3 \ 6} \\ 3 \overline{) 2 \ 3 \ 3} \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 4 \ 16 \ 32} \\ 4 \overline{) 1 \ 4 \ 8} \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \end{array}$$

최소공배수는 $4 \times 4 \times 2 = 32$ 이다.

26. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 장의 수 카드를 넣으면 두 수의 최소공배수가 적힌 카드가 한 장 나온다고 한다. 경희, 해진, 민호가 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 큰 수가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



경희 : 14, 16

해진 : 12, 20

민호 : 15, 18

▶ 답 :

▷ 정답 : 경희

해설

경희)

$$\begin{array}{r} 2) 14 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 16 \\ 2) 8 \\ 2) 4 \\ 2 \end{array}$$

$$14 = 2 \times 7$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2^4 \times 7 = 112$$

해진)

$$\begin{array}{r} 2) 12 \\ 2) 6 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 20 \\ 2) 10 \\ 5 \end{array}$$

$$14 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3 \quad 20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

민호)

$$\begin{array}{r} 2) 15 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 18 \\ 2) 9 \\ 3 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

27. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$$

28. 300 이하의 자연수 중에서 2^3 , 2×3^2 , 24 의 공배수가 아닌 것은?

① 72

② 144

③ 180

④ 216

⑤ 288

해설

2^3 , 2×3^2 , 24 의 최소공배수는 72 이므로 보기 중에서 300 이하의 72 의 배수가 아닌 것은 180 이다.

29. 100 이하의 자연수 중 6의 배수이고 동시에 8의 배수도 되는 수를 제외하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

6의 배수이면서 8의 배수도 되는 수는 24의 배수이다.

100이하의 자연수 중 24의 배수는 24, 48, 72, 96으로 총 4개이다.

따라서 구하는 수는 $100 - 4 = 96$ 개이다.

30. 자연수 n 에 대하여 $n + 1$ 은 3 의 배수이고 $n + 4$ 은 7 의 배수일 때, $n + 6$ 을 21 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n + 1$ 은 3 의 배수이므로

값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,

$n + 4$ 은 7 의 배수이므로

값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.

그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는

위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.

$\therefore (n + 6 \text{ 을 } 21 \text{ 로 나눈 나머지}) = 2$

31. 귤 48개와 참외 24개, 키위 36개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 한 학생이 받는 귤, 참외, 키위의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48, 24, 36의 최대공약수는 12이므로 각각 받을 수 있는 과일의 수는

$$a = 48 \div 12 = 4, \quad b = 24 \div 12 = 2, \quad c = 36 \div 12 = 3$$

$$\therefore a + b - c = 4 + 2 - 3 = 3$$

32. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가?

① 3 다발

② 4 다발

③ 8 다발

④ 12 다발

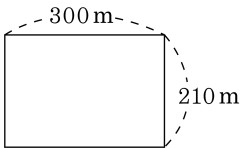
⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24 \quad 60 \quad 52} \\ \underline{6 \quad 15 \quad 13} \end{array} \quad \therefore 4\text{다발}$$

33. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 300m, 세로의 길이가 210m인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30m라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

34. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

35. 운동장을 한 바퀴 도는데 A 는 42 초 걸리고, B 는 36 초가 걸린다고 한다. A 와 B 가 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 A 가 a 바퀴, B 가 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a \times b$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 42 와 36 의 최소공배수 252 이다.

A 는 $252 \div 42 = 6$ (바퀴) , B 는 $252 \div 36 = 7$ (바퀴) 이다.

$\therefore 42$

36. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1 번

② 2 번

③ 3 번

④ 4 번

⑤ 5 번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3 번 회전한 후이다.

37. 가로 길이가 10cm, 세로 길이가 6cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 10 과 6 의 최소공배수이므로

10 과 6 의 최소공배수를 구하면 30 이다.

필요한 타일의 개수는

$(30 \div 10) \times (30 \div 6) = 3 \times 5 = 15$, 즉 15 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.

38. 가로, 세로의 길이가 각각 21cm, 15cm이고, 높이가 7cm인 직육면체 모양의 블록을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

① 90cm

② 95cm

③ 100cm

④ 105cm

⑤ 110cm

해설

정육면체는 가로, 세로의 길이와 높이가 같다. 따라서 21, 15, 7의 최소공배수는 105이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 105cm이다.

39. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 9, 최소공배수는 360 이고, $A+B = 117$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = 9a, B = 9b$ 라고 하면

(단, a, b 는 서로소, $a > b$)

최소공배수 $360 = 9 \times 40 = 9 \times a \times b$ 이다.

$a \times b = 40$ 이고 $A > B$ 이므로

$a = 40, b = 1$ 일 때 $A = 360, B = 9,$

$a = 20, b = 2$ 일 때 $A = 180, B = 18,$

$a = 10, b = 4$ 일 때 $A = 90, B = 36,$

$a = 8, b = 5$ 일 때 $A = 72, B = 45,$

$A + B = 117$ 이므로 $A = 72, B = 45$ 이다.

$\therefore A - B = 27$

40. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

41. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3

② 6

③ 12

④ 27

⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4 \times 3$

42. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

㉠ 21

㉡ 46

㉢ 9

㉣ 23

㉤ 25

㉥ 169

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로

2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.

2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21 이므로 350 과 서로소인 수는 9, 23, 169이다.

43. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

44. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다.
 x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로

x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.

따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.

1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,

8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.

$\therefore$ 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

45. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

46. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54cm, 90cm, 108cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개

② 90 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90 \text{ (개)}$$

47. 20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k - 6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.

따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.

20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.

따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.

48. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x$, $b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$)라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$

즉, (x, y) 는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b) 는

$(4, 24), (8, 12)$ 이다.

따라서 2 개이다.

49. 다음 보기 를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 100 이하의 자연수이다.
- ㉡ 3 의 배수
- ㉢ 5 의 배수
- ㉣ 4 로 나누면 나머지가 3 인 수

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

3 과 5 의 최소공배수는 15 이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4 로 나누었을 때 나머지가 3 인 수는 15, 75 의 2 개

50. 어떤 분수를 두 분수 $\frac{21}{8}$ 과 $\frac{35}{12}$ 에 각각 곱하였더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 곱한 수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{7}$

해설

곱하는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자

$$\frac{21}{8} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \quad \begin{cases} b \text{는 } 8 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \quad \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{A} \text{ 이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수는

$$\frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})} \dots \textcircled{B} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{24}{7}$$