1. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{6}{11}$ ③ $\frac{4}{18}$ ④ $\frac{9}{30}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ $\frac{9}{30} = \frac{9}{2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2 \times 5}$ 이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

2. 유리수 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{13}$, ····· , $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 2^4, 2^5, 2^6
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 2×5, $2^2\times5$, $2^3\times5$, $2^4\times5$, 2×5^2, $2^2\times5^2$
∴ 10개

3. $\left(-4x^m y^2\right)^2 = 2^n x^{10} y^4$ 에서 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\left(-4x^m y^2\right)^2 = 16x^{2m} y^4 = 2^n x^{10} y^4$ 이므로 $n=4,\ m=5$ 이다.
따라서 $m+n=4+5=9$ 이다.

4. 다음 중 순환마디를 바르게 표현한 것은?

① $0.1232323\cdots$, 123
② $1.351351\cdots$, 135
③ $2.573573\cdots$, 57
④ $3.461461\cdots$, 4614
⑤ $10.462462\cdots$, 462

해설

① 23
② 351
③ 573
④ 461
⑤ 462

5. 기약분수를 순환소수로 고치는데 갑은 분모를 잘못 보아서 $2.\dot{1}\dot{4}$ 가 되었고, 을은 분자를 잘못 보아서 $4.8\dot{2}$ 가 되었다. 바르게 고친 답을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2.3\dot{5}$

해설

$2.\dot{1}\dot{4} = \dfrac{214-2}{99} = \dfrac{212}{99}$ 분모를 잘못 봄

$4.8\dot{2} = \dfrac{482-48}{90} = \dfrac{434}{90}$ 분자를 잘못 봄

그러므로 바른 분수는 다음과 같다.

$\dfrac{212}{90} = 2.3\dot{5}$

6. 다음 소수를 큰 순서대로 나열하여라.

$0.135,\ 0.13\dot{5},\ 0.1\dot{3}\dot{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $0.13\dot{5}$

▷ 정답 : $0.1\dot{3}\dot{5}$

▷ 정답 : 0.135

해설

순환소수를 풀어서 각 자리의 수를 비교하면
$0.13\dot{5} = 0.13555\cdots > 0.1\dot{3}\dot{5} = 0.13535\cdots > 0.135$ 이다.

7. $\frac{a}{450}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

i) $11 \le a \le 55$, a는 정수 ii) A는 3의 배수 iii) B는 2의 배수

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2\times 3^2\times 5^2}$가 유한소수이므로 a는 9의 배수이고, $11 \le a \le 55$를 만족하는 a의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a=18$이면 $\frac{2\times 3^2}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a=27$이면 $\frac{3^3}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a=36$이면 $\frac{2^2\times 3^2}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a=45$이면 $\frac{3^2\times 5}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a=54$이면 $\frac{2\times 3^3}{2\times 3^2\times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$에서 A가 3의 배수, B가 2의 배수를 만족하는 a의 값은 27이다.

$\therefore A+B = 50+3 = 53$

8. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(2^5)^2 \div 2^2$ ② $(2^2)^3 \times 2^2$

③ $2^4 \times 2^4$ ④ $8^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2$

⑤ $4^2(2^2 + 2^2)$

해설

⑤ $4^2(2^2 + 2^2) = 2^4 2^3 = 2^7$ 이고 ①, ②, ③, ④는 2^8 이므로 다른 하나는 ⑤이다.

9. $0.\dot{2}0\dot{7} = 207 \times \square$일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

① 0.001 ② $0.\dot{0}0\dot{1}$ ③ $0.0\dot{0}\dot{1}$ ④ $0.00\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{1}0\dot{1}$

해설

$$0.\dot{2}0\dot{7} = \frac{207}{999} = 207 \times \frac{1}{999} = 207 \times 0.\dot{0}0\dot{1}$$

10. $2^{12}\times3^{2}\times5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned}2^{12}\times3^{2}\times5^{10} &= 2^{10}\times2^{2}\times3^{2}\times5^{10}\\ &= 2^{2}\times3^{2}\times(2\times5)^{10}\\ &= 2^{2}\times3^{2}\times(10)^{10}\\ &= 36\times(10)^{10}\end{aligned}$$

따라서 12자리의 수이다.

11. 다음 중 순환소수 $4.89999\cdots$ 와 값이 같은 것은 어느 것인가?

① 4.7 ② 4.8 ③ 4.88 ④ 4.89 ⑤ 4.9

해설

$4.8999\cdots = 4.8\dot{9} = x$로 놓으면

$100x = 489.999\cdots$

$10x = 48.999\cdots$

두 식의 차를 구하면

$90x = 441$,

$x = \dfrac{441}{90} = \dfrac{490}{100} = 4.9$

12. $\dfrac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되기 위한 a 의 개수는?
(단, $a \le 100$, a 는 자연수)

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$\dfrac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7} = \dfrac{a}{2^2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 100 이하의 3 의 배수이다.

13. $\left(\frac{xy^b}{x^ay^3}\right)^3 = \frac{y^9}{x^3}$ 에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\left(\frac{xy^b}{x^ay^3}\right)^3 = \frac{x^3y^{3b}}{x^{3a}y^9} = \frac{y^9}{x^3}$

$3a = 6 \quad \therefore a = 2$

$3b = 18 \quad \therefore b = 6$

$\therefore a+b = 8$

14. 순환소수 $0.141414\cdots$ 의 소수점 아래 25 번째 자리의 숫자를 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$0.141414\cdots = 0.\dot{1}\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 2 개
$25 = 2 \times 12 + 1$ 이므로 소수점 아래 25 번째 자리의 숫자는 1 이다.

15. $(x^5)^4 \div (x^3)^4 \div (x^2)^2$ 을 간단히 하면?

① x^3 ② x^4 ③ x^5 ④ x^6 ⑤ x^7

해설

$x^{20} \div x^{12} \div x^4 = x^{20-12-4} = x^4$

16. 다음 등식에서 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

㉠ $a^2 \times a^3 = a^5$	㉡ $(b^3)^4 = b^{12}$
㉢ $x^3 \div x^8 = x^5$	㉣ $\left(\frac{2}{x}\right)^3 = \frac{8}{x^3}$
㉤ $(-2y)^3 = -8y^3$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $x^3 \div x^8 = \frac{1}{x^{8-3}} = \frac{1}{x^5}$

17. $3^4 = x$ 라 할 때, $3^4 + 3^6 - 3^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $7x$

해설

$3^4 + 3^2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 3^4 = x + 9x - 3x = 7x$

18. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\dot{5}\dot{4}$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$　② $100x - x$　③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$　⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서 ④ $1000x - 10x$ 이다.

19. x 에 관한 일차방정식 $x + 0.\dot{5} = 0.0\dot{8}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{11}{15}$ ② $-\frac{7}{15}$ ③ $-\frac{2}{15}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

해설

$x = 0.0\dot{8} - 0.\dot{5} = \frac{8}{90} - \frac{5}{9} = \frac{8-50}{90} = -\frac{42}{90} = -\frac{7}{15}$

20. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2} = 3^{3x+6}$

$-2x + 1 = 3x + 6$

$\therefore x = -1$

21. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 골라라.

㉠ $\frac{27}{56}$	㉡ $\frac{7}{39}$	㉢ $\frac{3}{8}$	㉣ $\frac{7}{21}$	㉤ $\frac{5}{23}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉢ $\frac{3}{8} = \frac{3}{2^3}$ 이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

22. 분수 $1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \cdots,\ \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로
① 2^x 꼴인 경우 : 6가지
② 5^y 꼴인 경우 : 2가지
③ $2^x \times 5^y$ 에서
㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ 의 4가지
㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1,\ 2$ 의 2가지
따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개
∴ 85개

23. $(4x^a y)^b = 64x^{15}y^3$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$(4x^a y)^b = 4^b x^{ab} y^b = 4^3 x^{15} y^3$ 이므로 $b = 3$ 이고,
$x^{ab} = x^{15}$
$ab = 15$
$a = 5$
$\therefore \ a+b = 8$

24. $\frac{46}{22}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 9 ② 09 ③ 90 ④ 090 ⑤ 9090

해설

$\frac{46}{22} = 2.\dot{0}\dot{9}$

25. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 이린이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{1}$ 이 되었고, 나연이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{4}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A를 구하면?

① $\frac{10}{99}$ ② $\frac{11}{99}$ ③ $\frac{12}{99}$ ④ $\frac{13}{99}$ ⑤ $\frac{14}{99}$

해설

이린 : $0.\dot{3}\dot{1} = \frac{31}{99}$,

나연 : $0.1\dot{4} = \frac{14-1}{90} = \frac{13}{90}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{나연이가 본 분자})}{(\text{이린이가 본 분모})} = \frac{13}{99} = A$ 이다.

26. 다음 수 중에서 가장 큰 수는?

① $3.4\dot{9}$ ② $3.\dot{4}\dot{9}$ ③ $3.\dot{5}$ ④ $3.\dot{5}0\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{5}\dot{4}$

해설

① $3.499999\cdots$
② $3.494949\cdots$
③ $3.555555\cdots$
④ $3.509509\cdots$
⑤ $3.545454\cdots$

27. $\frac{a}{210}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 되는 가장 작은 자연수를 a 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 19 ② 31 ③ 60 ④ 65 ⑤ 130

해설

$$\frac{a}{210} = \frac{a}{2\times3\times5\times7} = \frac{1}{b}$$
$$a = 21,\ b = 10 \quad \therefore\ a+b = 31$$

28. $4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5$ 을 4 의 거듭제곱으로 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4^6

해설

$4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5 = 4^5 \times 4 = 4^6$

29. $0.\dot{3}20\dot{5} = \square \times 3205$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 0.0001　② $0.\dot{0}0\dot{1}$　③ $0.0\dot{0}0\dot{1}$

④ $0.\dot{0}00\dot{1}$　⑤ $0.\dot{1}00\dot{1}$

해설

$0.\dot{3}20\dot{5} = \dfrac{1}{9999} \times 3205$

$\dfrac{1}{9999} = 0.\dot{0}00\dot{1}$

30. $2^7 \times 5^4$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로
$2^7 \times 5^4 = 2^3 \times 2^4 \times 5^4 = 2^3 \times 10^4 = 8 \times 10000$
따라서 5 자리의 자연수이다.

31. 다음 정수 또는 유한소수를 순환소수로 나타내어라.(1) 4 (2) 0.5(3) 5.2 (4) 2.34

▶ 답:

▷ 정답: (1) $3.\dot{9}$ (2) $0.4\dot{9}$ (3) $5.1\dot{9}$ (4) $2.33\dot{9}$

32. 분수 $\frac{7\times a}{84}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 99

해설

$\frac{7\times a}{84}=\frac{7\times a}{2^2\times 3\times 7}=\frac{a}{2^2\times 3}$ 이므로 a 는 3 의 배수이어야 유한소수가 된다.
따라서 3 의 배수 중 가장 큰 두 자리의 정수는 $3\times 33=99$ 이다.

33. 다음 두 식을 모두 만족하는 상수 x, y 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^x},\ \left(\frac{b}{a^x}\right)^2 = \frac{b^2}{a^y}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 8$

▷ 정답: $y = 16$

해설

$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^8}$ 이므로 $x = 8$

$\left(\frac{b}{a^8}\right)^2 = \frac{b^2}{a^{16}}$ 이므로 $y = 16$

34. $\frac{2}{7}$ 의 소수점 아래 70 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}85714\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$70 = 6 \times 11 + 4$ 이므로 소수점 아래 70 번째 자리의 숫자는 7 이다.

35. $a^6 \div (a^{\square})^2 = a^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a^6 \div a^{2\square} = a^2$ 이므로 $6 - 2\square = 2$

$\therefore \square = 2$

36. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $2 \times 4 \times 8 = 2^6$

② $3^2 + 3^2 + 3^2 = 3^3$

③ $(-2)^3 = 2^3$

④ $12^2 = 2^4 \times 3$

⑤ $(-2)^7 \div (-2)^3 \div (-2)^2 = 2^2$

해설

③ $(-2)^3 = -2^3$, ④ $12^2 = (2^2 \times 3)^2 = 2^4 \times 3^2$

37. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$ ② $3B^2$ ③ $9B^2$ ④ $9B$ ⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

38. 다음 중 순환소수를 x로 놓고 분수로 고칠 때, 식 $1000x - 10x$가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.\dot{3}\dot{1}$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.25\dot{8}$ ④ $2.5\dot{7}$ ⑤ $0.\dot{7}5\dot{6}$

해설

③ $1000x$와 $10x$의 소수점 아래 부분이 일치하는 $0.25\dot{8}$을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

39. $0.6\dot{5} - 0.\dot{4}$를 계산하면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.0\dot{2}$ ④ $0.2\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{1}$

해설

$$0.6\dot{5} - 0.\dot{4} = \frac{65-6}{90} - \frac{4}{9} = \frac{59-40}{90} = \frac{19}{90} = 0.2\dot{1}$$

40. 다음 식을 만족하는 x의 값을 구하여라.

$243^6 \div 27^x = 3^3$

▶ 답:

◁ 정답: 9

해설

$243^6 \div 27^x = 3^3$

$(3^5)^6 \div 3^{3x} = 3^3$

$3^{30-3x} = 3^3$

$\therefore x = 9$