

1. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3 \text{에서 } y \text{ 를 소거하면}$$
$$x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0$$
$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

2. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$
이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

3. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x - 4$ 일 때 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -4 ③ 6 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$y = 2x^2 - 6x - 4 = 2 \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} \right) - \frac{9}{2} - 4 = -2 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{17}{2}$$

$$\text{아래로 볼록하고 꼭짓점 } \left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{2} \right)$$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{17}{2}$ 을 갖는다.

$$\therefore a - b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{17}{2} \right) = 10$$

4. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -5 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 9 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -9$$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

5. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못 된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

6. 함수 $y = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0 \text{ 이므로}$$

분모가 최소가 될 때 y 가 최대이다.

$$\therefore x = 1 \text{ 일 때 최댓값 } \frac{6}{3} = 2$$

7. $x = -1$ 일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점 $(1, -1)$ 을 지나는 포물선의
식은?

- ① $y = -2(x + 1)^2 - 4$ ② $y = (x - 2)^2 - 3$
③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$ ④ $y = -(x + 1)^2 + 3$
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(-1, 3)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 + 3$

$(1, -1)$ 을 대입하면 $-1 = 4a + 3$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 3$$

8. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x - 2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x - 2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x + 2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x + 2)^2 + 3$

⑥

⑦

⑧

⑨

⑩

⑪

⑫

⑬

⑭

⑮

⑯

⑰

⑱

⑲

⑳

㉑

㉒

㉓

㉔

㉕

㉖

㉗

㉘

㉙

㉚

㉛

㉜

㉝

㉞

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

㉟

9. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$

이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



10. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 0, a > 1$ ② $0 < a < 1$ ③ $a < 1, a > 2$
④ $1 < a < 2$ ⑤ $a < -1, a > 2$

해설

$y = x^2 - 2ax + a$ 의 그래프가

x 축과 만나지 않으면

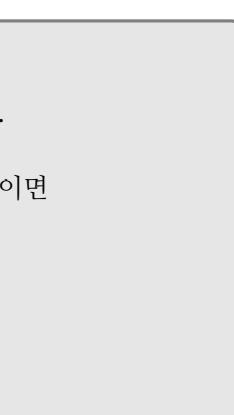
판별식 D 가 $D < 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - a < 0, a(a-1) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

12. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의
그라프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서
만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$x^2 + b = ax,$$

즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

이때, a, b 는 모두 유리수이므로

방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 3 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① ±1 ② ±2 ③ ±3 ④ ±4 ⑤ ±5

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}x^2 + 2ax \\&= -\frac{1}{3}(x^2 - 6ax) = -\frac{1}{3}(x - 3a)^2 + 3a^2 \\&\text{최댓값 } 3a^2 = 3, a^2 = 1 \therefore a = \pm 1\end{aligned}$$

14. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ 일 때 $x^2 - y^2 + z^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 5t + 3, z = 3t - 2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t - 1)^2 - (5t + 3)^2 + (3t - 2)^2 = -12t^2 - 46t - 4$$

… ⑦

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서 ⑦은 감소하므로

$$t = \frac{2}{3} \text{ 일 때 최대이고 최댓값은}$$

$$-12 \left(\frac{2}{3} \right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

15. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 실근 α, β 를 가질 때,
 $a^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 실수)

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\frac{D}{4} = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \text{에서 } a^2 \geq 3$$

$$\begin{aligned} a^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) \\ &= 4a^2 - 18 + 4a^2 = 8a^2 - 18 \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 + \beta^2 \geq 8 \times 3 - 18 = 6$$

따라서 $a^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6

16. x, y 가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7 \\ &= (x-3)^2 + 2(y+1)^2 - 4 \text{ 이므로} \\ & x = 3, y = -1 \text{ 일 때, 최솟값 } -4 \text{ 를 갖는다.} \end{aligned}$$

17. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 2xcm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

Ⓐ $\frac{5}{2}$ Ⓑ $\frac{15}{2}$ Ⓒ $\frac{25}{2}$ Ⓓ $\frac{31}{5}$ Ⓔ $\frac{16}{5}$

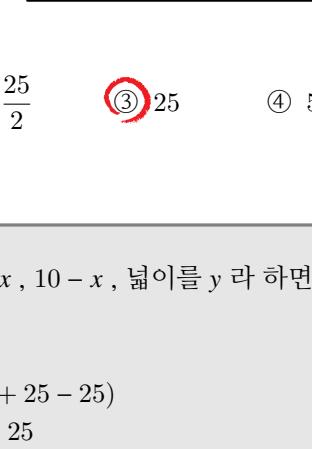
해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)$ cm, 늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)$ cm에서

$$\begin{aligned}y &= (8 - x)(6 + 2x) \\&= 48 + 10x - 2x^2 \\&= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\&= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2}\end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

18. 직각을 낸 두 변의 길이의 합이 10인 직사각형의 최대 넓이는?



- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(10 - x) \\&= -(x^2 - 10x) \\&= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\&= -(x - 5)^2 + 25\end{aligned}$$

$$\therefore (\text{최대 넓이}) = 25$$

19. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

점 C는 꼭짓점이므로 $(0, 9)$, 점 A와 B

는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

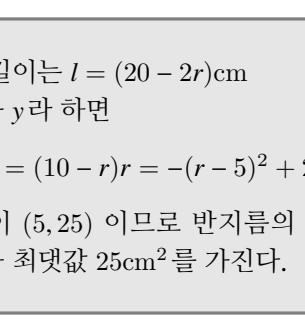
$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = (-3, 0), B = (3, 0)$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

20. 둘레의 길이가 20cm인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)$ cm
부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 $(5, 25)$ 이므로 반지름의 길이가 5cm일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

21. 지면으로부터 초속 30m로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 ym 라 할 때, $y = 30x - 5x^2$ 라고 한다. 이 물체의 높이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

m

▷ 정답: 45 m

해설

$$y = -5x^2 + 30x = -5(x - 3)^2 + 45$$

22. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 v m 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답: m/s

▷ 정답: 50 m/s

해설

$$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10} + 20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} + 20 =$

25 이므로 $v = 50$ 이다.

따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

23. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 $y\text{m}$ 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 4초

▷ 정답: 80m

해설

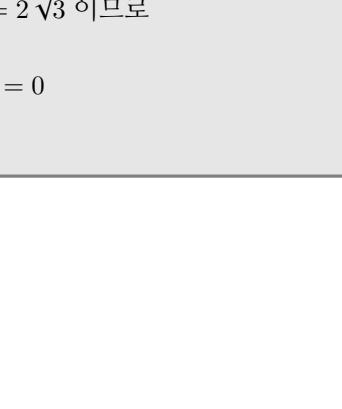
$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

24. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$ 가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ 이 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 6$

해설



$A(\alpha, 0)$ $B(\beta, 0)$ 이라고 하면 ($\therefore \alpha < \beta$)

$$\alpha + \beta = -a$$

$$\alpha\beta = a \circ] \text{므로}$$

$$(\therefore y = x^2 + ax + a)$$

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = a^2 - 4a$$

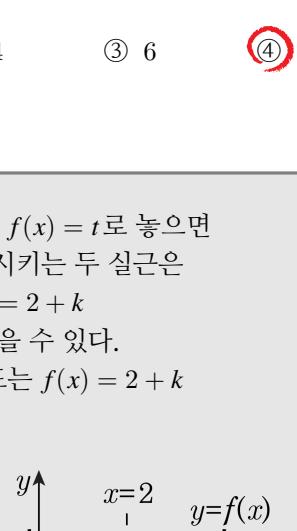
$$\overline{AB} = \beta - \alpha = 2\sqrt{3} \circ] \text{므로}$$

$$a^2 - 4a = 12$$

$$(a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = -2, 6$$

25. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, x 에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = t$ 로 놓으면

$f(t) = 0$ 을 만족시키는 두 실근은

$t = 2 - k$ 또는 $t = 2 + k$

$(0 < k < 2)$ 로 놓을 수 있다.

$\therefore f(x) = 2 - k$ 또는 $f(x) = 2 + k$



(i) $f(x) = 2 - k$ 를 만족시키는 x 의 값은

$y = f(x)$ 의 그래프와

직선 $y = 2 - k$ 의 교점의 x 좌표이므로

$x = 2 - \alpha$ 또는 $x = 2 + \alpha$

(ii) $f(x) = 2 + k$ 를 만족시키는 x 의 값도

마찬가지로 생각하면 $x = 2 - \beta$ 또는 $x = 2 + \beta$

따라서 $f(f(x)) = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 합은

$(2 - \alpha) + (2 + \alpha) + (2 - \beta) + (2 + \beta) = 8$

26. 함수 $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + m$ 과 만나기 위한 양수 m 의 최솟값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

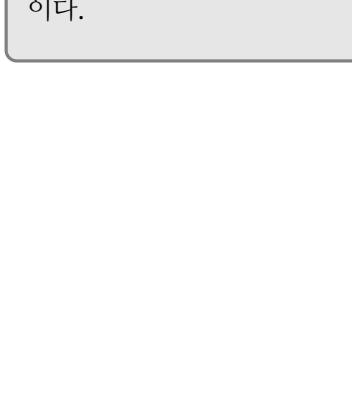
해설

$x \geq 2$ 일 때, $|x - 2| = x - 2$ 이므로

$$y = x - 2 + 1 = x - 1$$

$x < 2$ 일 때, $|x - 2| = -(x - 2)$ 이므로 $y = -x + 2 + 1 = -x + 3$

따라서, $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



또, 직선 $y = mx + m = m(x + 1)$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, 0)$ 을 지난다.

직선 $y = mx + m$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지난 때, $1 = 2m + m \therefore m = \frac{1}{3}$

직선 $y = mx + m$ 이 직선 $y = -x + 3$ 과 평행할 때, $m = -1$

따라서, 직선 $y = mx + m$ 이 $y = |x - 2| + 1$ 의 그래프와 만나려면 기울기 m 의 값의 범위가

$m \geq \frac{1}{3}$ 또는 $m < -1$ 이어야 한다.

그런데 양수 m 이므로 $m \geq \frac{1}{3}$ 그러므로 구하는 m 의 최솟값은 $\frac{1}{3}$ 이다.

27. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 범위는?

- ① $0 < k < 3$ ② $0 < k < 5$ ③ $3 < k < 5$
④ $1 < k < 4$ ⑤ $-2 < k < 5$

해설

방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 의 실근의 개수는 함수 $y = |x^2 - 4x - 5|$

의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 개수와 같다.

$$y = |x^2 - 4x - 5| = |(x+1)(x-5)| = |(x-2)^2 - 9|$$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 범위는 $0 < k < 5$

28. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$ 이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$ 이다.

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

29. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0$ 을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 4x + y^2 - y - 2 = 0$$

이 때, x 가 실수이므로 판별식 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (y^2 - y - 2) \geq 0$$

$$y^2 - y - 6 \leq 0, (y+2)(y-3) \leq 0$$

$\therefore -2 \leq y \leq 3$ 따라서, y 의 최댓값은 3 이다.

30. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 밑변 : 14

▷ 정답: 높이 : 14

해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이^o는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\&= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\&= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196\end{aligned}$$

따라서 밑변은 14, 높이는 14이다.

31. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$ 의 그래프가 실수 k 의 값에
관계없이 직선 $y = 2ax - a^2$ 에 접할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k$ 의 그래프가 직선 $y = 2ax - a^2$
에 접하므로

이차방정식 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 4k = 2ax - a^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2(k+a)x + k^2 + a^2 - 4k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + a^2 - 4k) = 2ak + 4k = (2a+4)k \text{ 이고}$$

k 의 값에 관계없이 $D = 0$ 이어야 하므로

$$2a+4=0$$

$$\therefore a = -2$$

32. 좌표평면 위의 두 점 A(0, 2), B(-4, 3) 와 직선 $y = 1$ 위의 한 점 P에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

점 P의 좌표를 $(a, 1)$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (a^2 + 1) + \{(a + 4)^2 + 4\} \\ &= 2a^2 + 8a + 21 \\ &= 2(a + 2)^2 + 13\end{aligned}$$

따라서 $a = -2$ 일 때, 최솟값은 13 이다.

33. 아래 그림과 같은 사다리꼴 모양의 토지 안에 직사각형 모양의 꽃밭을 가능한 한 넓게 만들려고 한다. 이 꽃밭의 넓이의 최댓값은?
(단, 넓이의 단위는 m^2)



- ① 1240 m^2 ② 1260 m^2 ③ 1280 m^2

- ④ 1300 m^2 ⑤ 1320 m^2

해설



$$80 : 30 = 40 : k \quad \text{이므로 } k = 24$$

따라서 y 절편은 64 가 된다.

$$\text{빗변의 그래프는 } y = -\frac{4}{5}x + 64 \text{ 이므로}$$

사각형의 넓이는

$$x \left(-\frac{4}{5}x + 64 \right) = -\frac{4}{5}x^2 + 64x \\ = -\frac{4}{5}(x - 40)^2 + 1280$$

즉, 밑변의 길이가 40 m 일때 직사각형 넓이의 최댓값 1280 m^2 이 된다.