1. $3x^2 - 10x + m$ 의 한 인수가 $3x - 4$ 일 때, 다른 한 인수는?

① $x - 1$　　② $x - 2$　　③ $2x - 1$

④ $3x - 2$　　⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10x + m &= (3x - 4)(x + k) \\ &= 3x^2 + (3k - 4)x - 4k \end{aligned}$$

$3k - 4 = -10$ 에서 $k = -2$

$-4k = m$ 이므로 $m = 8$

$3x^2 - 10x + 8 = (3x - 4)(x - 2)$

따라서 다른 인수는 $x - 2$ 이다.

2. 다음은 5 명의 학생의 수학 과목의 수행 평가의 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 표준편차는?

이름	진희	태경	경민	민정	효진
편차(점)	-1	2	3	-4	0

① $\sqrt{3}$ 점　② 2 점　③ $\sqrt{5}$ 점
④ $\sqrt{6}$ 점　⑤ $\sqrt{7}$ 점

해설

분산은

$$\frac{(-1)^2+2^2+3^2+(-4)^2+0^2}{5}=\frac{30}{5}=6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$ 점 이다.

3. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4$, $y-4$, $z-4$ 이다.
따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$\therefore\ (x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$ 이다.

4. 관광객 5명이 호텔에서 A, B, C의 세 방으로 나뉘어서 묵게 되었다. 이 때, A 방은 4명, B 방은 3명, C 방은 3명이 정원이고, 빈 방을 만들지 않기로 한다. B 방에 3명이 묵을 때, 관광객 5명이 묵게 되는 방법의 가지의 수를 구하면?

① 6가지 ② 12가지 ③ 18가지
④ 20가지 ⑤ 25가지

해설

(B 방에 들어갈 세 명을 뽑는 경우의 수)× (2명을 A, C에 묵게 하는 경우의 수) 이므로 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}\times2\times1=20$(가지) 이다.

5. 혜지가 어떤 문제를 맞출 확률이 $\frac{3}{4}$ 이다. 혜지가 두 문제를 풀 때, 적어도 한 문제를 맞출 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{16}$

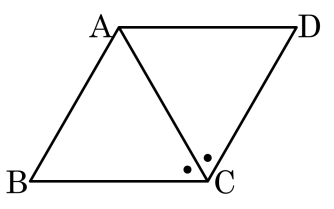
해설

(적어도 한 문제를 맞출 확률)

$= 1 -$ (모두 틀릴 확률)

$= 1 - \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{16}$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACB = \angle ACD$ 이고, $\overline{AD} = 4cm$ 일 때, □ABCD 의 둘레를 구하면?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\angle ACB = \angle ACD$ 이므로 □ABCD 는 마름모이다.
$\overline{AD} = 4cm$ 이므로 둘레는 $4 \times 4 = 16(cm)$ 이다.

7. $\sqrt{6} \times a\sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a < c$　　② $a \times c < b$　　③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$　　⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$\sqrt{6} \times a\sqrt{6} = 18$

$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$

$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$

$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$

$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$

따라서 $a = 3,\ b = 45,\ c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

8. $(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$ 를 인수분해하면?

① $\dfrac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$ ② $\dfrac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ③ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$
④ $\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ⑤ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$

$=a^2+\dfrac{1}{a^2}-2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(\dfrac{a^2-1}{a}\right)^2$

$=\left\{\dfrac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$

$=\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

9. 이차방정식 $(x-11)^2 = \frac{a-7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{a-7}{4} \geq 0$ 이므로

$a-7 \geq 0$

$a \geq 7$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

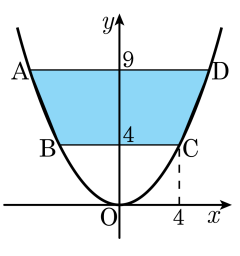
10. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a , b 는 두 자리의 자연수)

① 18　　② 27　　③ 36　　④ 45　　⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면
$D = 0,\ \ a^2 - 4 \times 9b = 0$
$\therefore a^2 = 36b = 6^2 b$
따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.
두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.
$\therefore\ a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$
$\therefore\ a = 54$ ($\because$ a는 자연수)

11. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C$(4,\ 4)$ 를 대입하면

$4 = a \times 4^2$

$a = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$9 = \frac{1}{4}x^2$

$x^2 = 36$

$x = \pm 6$

$\overline{AD} = 12,\ \overline{BC} = 8$ 이므로

$\therefore$ (□ABCD의 넓이) $= (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$

12. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1　　② -2　　③ 3　　④ -4　　⑤ 5

해설

$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$
$M = k^2 + 4k$ 이므로
$M = (k+2)^2 - 4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

13. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

14. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

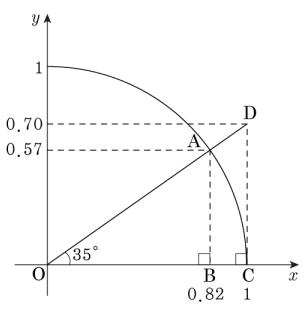
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\sin 35° = \cos 55°$

② $\tan 35° = \tan 55°$

③ $\sin 55° = 0.82$

④ $\sin 35° = 0.70$

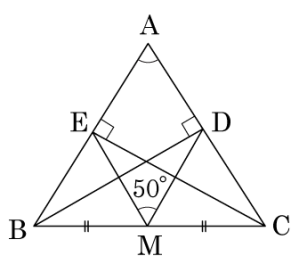
⑤ $\cos 55° = \cos \angle ODC$

해설

② $\tan 35° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = 0.70, \tan 55° = \dfrac{\overline{OC}}{\overline{CD}} = \dfrac{1}{0.70}$ 이므로 $\tan 35° \neq \tan 55°$

④ $\sin 35° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = 0.57$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

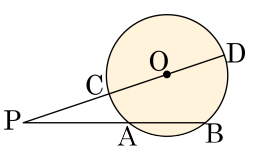


① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50°$ 이므로 $\angle EBD = 25°$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90° - 25° = 65°$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 원 O의 외부의 점 P에서 두 직선을 그어 원 O와의 교점을 A, B, C, D라 하고, 현 CD는 원의 중심을 지난다. 이때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 7\,\text{cm}$)



▶ 답 : _____ cm

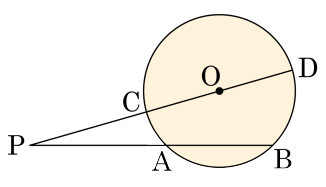
▷ 정답 : 4 cm

해설

반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 에서 $6(6+2r) = 7(7+5)$

$\therefore\ r = 4\ (\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 원 O의 외부의 점 P에서 두 직선을 그어 원 O와의 교점을 A, B, C, D라 하고, 현 CD는 원의 중심을 지난다. 이 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PC} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 9\,\text{cm}$)



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 에서 $8(8+2r) = 9(9+7)$

$\therefore\ r = 5\,\text{cm}$

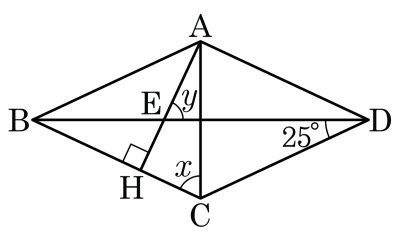
19. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들었을 때, 25 미만의 정수의 경우의 수를 구하면?

① 3 가지 ② 4 가지 ③ 5 가지
④ 6 가지 ⑤ 7 가지

해설

25 미만의 정수를 만들기 위해서는 1□ 또는 2□ 형태이어야 한다.
1□ 인 경우는 $12, 13, 14, 15$ 로 4가지이고,
2□ 인 경우는 $21, 23, 24$ 로 3가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4 + 3 = 7$ (가지) 이다.

20. 다음 그림의 마름모 ABCD 에서 $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : $\angle x = 65$ °

▷ 정답 : $\angle y = 65$ °

해설

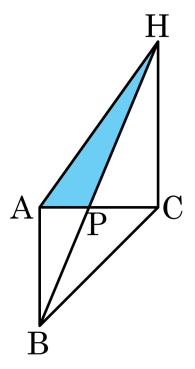
$\angle DBC = \angle BDC = 25°$

$\angle x = 90° - 25° = 65°$

$\angle y = \angle BEH$

$= 180° - (25° + 90°) = 65°$

21. $\overline{AB} = \overline{AC} = 12$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 변 AC 위에 $\overline{AP} = 5$ 가 되도록 한 점 P 를 잡고, 선분 BP 의 연장선이 점 C 를 지나면서 변 AC 에 수직인 직선과 만나는 점을 H 라 할 때, 삼각형 APH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

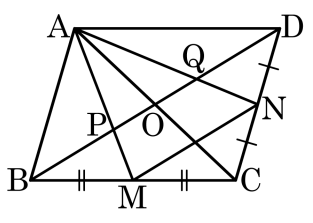
$\triangle APB = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

$\angle BAC = \angle ACH = 90°$ 이므로 $\overline{AB} // \overline{CH}$

$\therefore\ \triangle ABH = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$

$\therefore\ \triangle APH = \triangle ABH - \triangle APB = 72 - 30 = 42$

22. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$

② $\overline{BP} = 2\overline{OQ}$

③ $6\square OPMC = \square ABCD$

④ $\triangle APO \equiv \triangle AQO$

⑤ $\overline{MN} = \overline{BO}$

해설

④는 넓이는 같지만 합동은 아니다.

23. 서로 닮은 두 원뿔 A, B 의 부피의 비가 $8:27$ 이고, A 의 겉넓이가 40π 일 때, B 의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90π

해설

두 도형의 부피의 비가 $8:27$ 이므로 두 도형의 닮음비는 $2:3$
따라서 두 도형의 겉넓이의 비는 $4:9$ 이므로 B 의 겉넓이는
$9 \times \frac{40\pi}{4} = 90\pi$ 이다.

24. 세 양의 정수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \le \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서

$16 \le a^2+b^2+c^2 < 25$

$(a,\ b,\ c) = (1,\ 1,\ 4)\ (1,\ 2,\ 4)\ (1,\ 3,\ 3)\ (2,\ 2,\ 3)\ (2,\ 3,\ 3)$
$(2,\ 4,\ 2)$ 이므로

$\therefore\ abc = 4,\ 8,\ 9,\ 12,\ 16,\ 18$

25. 인수분해를 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$

① 5　　② 8　　③ 10　　④ 12　　⑤ 14

해설

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{16}(58-42)(58+42)}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{16} \times 16 \times 100} = 10$$

26. 이차방정식 $x^2+bx+c=0$이 이차방정식 $x^2-5x-a=0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

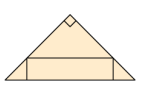
▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x=2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,
$x=2$ 를 $x^2-5x-a=0$ 에 대입하면 $4-10-a=0$
$\therefore a=-6$
또 $x^2+bx+c=0$은 $x=2$ 가 중근이므로
$(x-2)^2=0$
$x^2-4x+4=0$
$\therefore b=-4, c=4$
$\therefore a+b+c=-6+(-4)+4=-6$

27. 빗변의 길이가 40 인 직각이등변삼각형에 다음 그림과 같이 직사각형을 그릴 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

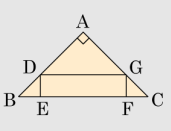


▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

다음 그림에서 선분 DE 의 길이를 x 라 하면
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle B = 45°$ 이므로
$\overline{BE} = x$ 이다.



마찬가지로 $\overline{FC} = x$
$\therefore\ \overline{EF} = 40 - x - x = 40 - 2x$
직사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 이다.

28. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{BE} = 3$, $\overline{CD} = \sqrt{11}$, $\overline{BC} = \overline{DE} + 2$ 를 만족할 때, $\overline{BC}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = x + 2$
$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$x^2 + (x+2)^2 = 3^2 + (\sqrt{11})^2$
$\therefore\ x = 2$
따라서 $\overline{BC} = 4$ 이다.

29. 대각선의 길이가 $16\sqrt{2}$ 인 정사각형의 네 모서리에서 합동인 4 개의 직각이등변삼각형을 잘라내어 정팔각형을 만들었을 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하여라.

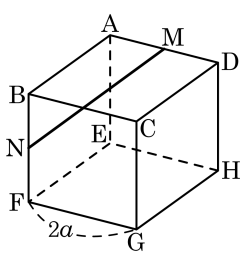
▶ 답 :

▷ 정답 : $512\sqrt{2} - 512$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면
$a^2 + a^2 = 512$, $\therefore\ a = 16$
정팔각형의 한 변의 길이를 x 라 하면
잘라낸 귀퉁이는 두 변이 $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 로 같은 직각이등변삼각형이다.
그런데 정사각형의 한 변의 길이가 16 이므로
$\frac{\sqrt{2}}{2}x + x + \frac{\sqrt{2}}{2}x = 16$
$\therefore\ x = 16(\sqrt{2} - 1)$
따라서 정팔각형의 넓이
$16^2 - \left\{\frac{1}{2} \times (16 - 8\sqrt{2}) \times (16 - 8\sqrt{2})\right\} \times 4 = 256 - 256(3 - 2\sqrt{2}) = 512\sqrt{2} - 512$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2a$ 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}a$

해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90°$ 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}\overline{MN}^2 &= \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= (2a)^2 + a^2 + a^2 = 6a^2\end{aligned}$$

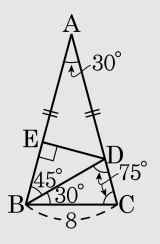
$\therefore\ \overline{MN} = \sqrt{6}a$

31. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 30°$, $\overline{BC} = 8$ 일 때, 변 AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$

해설



$\overline{AC}$ 위에 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 점 D를 잡으면

$\angle BCD = 75°$ 이므로 $\angle DBC = 30°$

$\angle ABD = 75° - 30° = 45°$

또, 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\triangle DBE$ 에서

$\overline{EB} = \overline{ED} = \overline{BD}\cos 45°$

$= 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

$\triangle AED$ 에서 $\overline{AE} = \frac{\overline{ED}}{\tan 30°} = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 4\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{AB} = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$