

1. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여  $A + 3B = 2x^2 - 7x - 1$ ,  $B - A = 2x^2 - 5x - 7$ 일 때,  $A + B$ 는?

①  $-x + 3$

②  $x - 3$

③  $x^2 + x + 3$

④  $x^2 - x - 3$

⑤  $x^2 - x + 3$

해설

$$A = -x^2 + 2x + 5, B = x^2 - 3x - 2$$

$$A + B = (-x^2 + 2x + 5) + (x^2 - 3x - 2) = -x + 3$$

해설

$$\begin{cases} A + 3B = 2x^2 - 7x - 1 \\ B - A = 2x^2 - 5x - 7 \end{cases}$$

2.  $\{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\}$ 를 간단히 하면?

①  $2y$

②  $2z$

③  $-2y$

④  $-2z$

⑤  $0$

해설

$$\begin{aligned} & \{x - (y - z)\} - \{(x - y) - z\} \\ &= (x - y + z) - (x - y - z) \\ &= x - y + z - x + y + z \\ &= 2z \end{aligned}$$

해설

3.  $(3a + 3b) - 2b = 3a + (3b - 2b) = 3a + b$ 에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 결합법칙

③ 교환법칙, 분배법칙

④ 결합법칙, 분배법칙

⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a + 3b) - 2b &= 3a + (3b - 2b) : \text{결합법칙} \\ &= 3a + (3 - 2)b : \text{분배법칙} \\ &= 3a + b\end{aligned}$$

4. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

5. 다음은 연산법칙을 이용하여  $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

6.  $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$  을 간단히 하면?

①  $72a^7x^8$

②  $-72a^7x^8$

③  $72a^{12}x^{12}$

④  $-72a^{12}x^{12}$

⑤  $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

7.  $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 를 구하면?

①  $3x^2 + x + 1$

②  $x^2 + x + 1$

③  $3x^2 + 1$

④  $x^2 + x - 1$

⑤  $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면  $a = 3x^2 + x - 2$ ,  $b = 3$

$$\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때,  $2x - 1$ 로 나눈 몫은  $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의  $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

8. 다항식  $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를  $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 3

② 몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 2

③ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 3

④ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 2

⑤ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 1

### 해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$  몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 3

9. 다항식  $(3x^3 - 2x^2 - x + 5) \div (x^2 - 2x + 2)$  를 계산하여 몫과 나머지를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 몫 :  $3x + 4$

▷ 정답 : 나머지 :  $x - 3$

해설

$$\begin{aligned} & (3x^3 - 2x^2 - x + 5) \\ &= (x^2 - 2x + 2)(3x + 4) + x - 3 \\ \therefore & \text{ 몫 : } 3x + 4, \text{ 나머지 : } x - 3 \end{aligned}$$

10. 다음을 계산하여라.

$$(2x^3 + 3x^2 + 5) \div (x^2 + 2x - 1)$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (몫) =  $2x - 1$

▷ 정답: (나머지) =  $4x + 4$

해설

$$(2x^3 + 3x^2 + 5) = (x^2 + 2x - 1)(2x - 1) + 4x + 4$$

11. 0이 아닌 세수  $x, y, z$ 에 대하여  $x, y, z$ 중 적어도 하나는 6이고,  $x, y, z$ 의 역수의 합이  $\frac{1}{6}$ 일 때,  $2(x + y + z)$ 의 값을 구하면?

① 6

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

### 해설

$x, y, z$ 중 적어도 하나가 6이므로,

$$(x - 6)(y - 6)(z - 6) = 0$$

$$\therefore xyz - 6(xy + yz + zx) + 36(x + y + z) - 216 = 0 \dots \textcircled{1}$$

또,  $x, y, z$ 의 역수의 합이  $\frac{1}{6}$ 이므로

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}, \quad \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 6(xy + yz + zx) = xyz \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$36(x + y + z) = 216$$

$$\therefore 2(x + y + z) = 12$$

12.  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고  $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

①  $ax + by = 0$

②  $a + b = x + y$

③  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④  $x = y$

⑤  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

13.  $a^2 = 3$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$P = \{(2+a)^n + (2-a)^n\}^2 - \{(2+a)^n - (2-a)^n\}^2$$

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$(2+a)^n = \alpha$ ,  $(2-a)^n = \beta$ 로 놓으면

$$P = \{(2+a)^n + (2-a)^n\}^2 - \{(2+a)^n - (2-a)^n\}^2$$

$$= (\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$$

$$= 4(2+a)^n(2-a)^n = 4(4-a^2)^n$$

$$= 4(4-3)^n = 4$$

14.  $a = (3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$  이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여  $a$ 의 값을 지수의 형태로 나타내면  $\frac{1}{k}(3^l + m)$  이다. 이 때,  $k + l + m$ 의 값을 구하면?

① 2046

② 2047

③ 2048

④ 2049

⑤ 2050

### 해설

$$a = (3 + 1)(3^2 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

양변에  $(3 - 1)$ 을 곱하면

$$(3 - 1)a = (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$$

$$\begin{aligned} 2a &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &= (3^8 - 1) \cdots (3^{1024} + 1) \end{aligned}$$

⋮

$$= (3^{2048} - 1)$$

양변을 2로 나누면

$$a = \frac{1}{2}(3^{2048} - 1)$$

$$\therefore k = 2, l = 2048, m = -1$$

$$\therefore k + l + m = 2049$$

15.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

①  $-6$

②  $-4$

③  $-2$

④  $0$

⑤  $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

16.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $=$  $(x^3$ 의 계수) $=0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

따라서  $a = -2, b = 1$

$$\therefore a + b = -1$$

17.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 (x > 0)$  일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값은?

① 36

② 44

③ 52

④ 68

⑤ 82

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \text{ 이므로}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4 \quad (\because x > 0)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 52$$

18. 실수  $x$ 가  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 을 만족할 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

준식의 양변을  $x$ 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned}x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 = 18\end{aligned}$$

19. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c = 6$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때,  $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 42

### 해설

공식  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면  $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$$\frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로  $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

20.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

21.  $x^2 + x - 1 = 0$  일 때,  $x^5 - 5x$  의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$  를  $x^2 + x - 1$  로 나누면

즉,  $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$

$x^2 + x - 1 = 0$

$\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$x^2 = -x + 1$

$x^5 - 5x = (x^2)^2 \times x - 5x$

$= x(-x + 1)^2 - 5x$

$= x^3 - 2x^2 - 4x$

$= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x$

$= -x^2 - x - 2$

$= -(x^2 + x) - 2$

$= -1 - 2 = -3$

22. 다항식  $f(x)$  를  $x + \frac{1}{3}$  으로 나누었을 때, 몫과 나머지를  $Q(x)$ ,  $R$  라고 한다. 이 때,  $f(x)$  를  $3x + 1$  으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

①  $Q(x)$ ,  $R$

②  $3Q(x)$ ,  $3R$

③  $3Q(x)$ ,  $R$

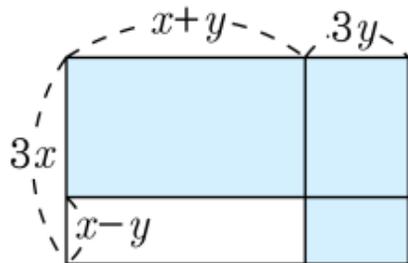
④  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $R$

⑤  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left( x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3}Q(x) (3x + 1) + R$$

23. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때,  $y^2$  항의 계수는?



① -2

② -1

③ 0

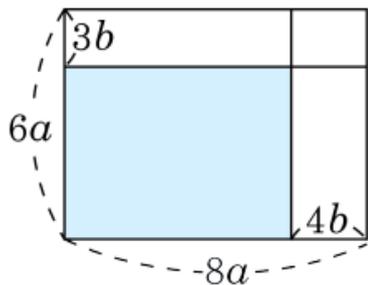
④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}
 & (x + 4y)(3x) - (x + y)(x - y) \\
 &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\
 &= 2x^2 + 12xy + y^2
 \end{aligned}$$

24. 다음 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이는?



①  $6a^2 - 7ab + 2b^2$

②  $36a^2 - 42ab + 12b^2$

③  $48a^2 - 48ab + 12b^2$

④  $12a^2 - 12ab + 3b^2$

⑤  $48a^2 + 48ab + 12b^2$

해설

$$(6a - 3b)(8a - 4b) = 48a^2 - 48ab + 12b^2$$