

1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

2. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

3. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

4. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

5. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$$

$$= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$$

$x^2-x=Y$ 라 놓자.

$$(Y-6)(Y-2) = Y^2-8Y+12$$

$$= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$$

$$= x^4-2x^3-7x^2+8x+12$$

6. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a - b - c)^2 \\&= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\&= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$

② $x^2 + x + 2$

③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$A = B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서}$$

$$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때,
 $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 몫은?

▶ 답:

▷ 정답: $aQ(x)$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R = \left(x + \frac{b}{a}\right)aQ(x) + R$$

9. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

10. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

① 5차

② 7차

③ 12차

④ 17차

⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4 (x^3 + 1)^3$ 은
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

11. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

$$\text{㉡ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

12. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

13. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21

② -15

③ -5

④ -1

⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.

따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.

$\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

14. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

① 10

② 15

③ 19

④ 21

⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

$\therefore x^2$ 의 계수는 $19 + 6 = 25$

15. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1)$ 에서

i) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$

ii) (이차항)×(상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$

즉, $5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$

∴ 19

16. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32} - 1$

② $2^{32} + 1$

③ $2^{31} - 1$

④ $2^{31} + 1$

⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

17. $(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4 - 3)(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^2 - 3^2)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^4 - 3^4)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^8 - 3^8)(4^8 + 3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

18. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

19. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

① $100^6 - 1$

② $100^6 + 1$

③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$

⑤ 1

해설

100 = a 로 치환 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - 1)(a + 1)(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \\&= (a^3 - 1)(a^3 + 1) \\&= a^6 - 1 \\&= 100^6 - 1\end{aligned}$$

20. $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 = x 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\&= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

21. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

22. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ -2

④ 2

⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2} \\ &= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2} \\ &= \frac{x - 1}{x^2} = 1 \end{aligned}$$

23. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2} \{ (a + b)^2 - (a^2 + b^2) \} = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$\begin{aligned} \therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244 \end{aligned}$$

24. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은 ?

① $\pm 6\sqrt{5}$

② $\pm 5\sqrt{5}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{5}$

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) \text{에 서}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3 \text{에 서}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \pm 5\sqrt{5} - 3(\pm \sqrt{5}) = \pm 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 3(\pm 2\sqrt{5}) - (\pm \sqrt{5}) = \pm 5\sqrt{5}$$