1. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$일 때

$|x-1|=x-1$이므로, $x-1=2$

$\therefore x=3$

ii) $x<1$일 때

$|x-1|=-x+1$이므로, $-x+1=2$

$\therefore x=-1$

따라서 (i), (ii)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

2. 복소수 α, β 에 대하여 연산 $*$ 를 $\alpha * \beta = (\alpha+\beta)-\alpha\beta$ 라 하자. $z = \dfrac{5}{-2-i}$ 일 때, $z * \bar{z}$ 의 값은?

① -1　② 1　③ -9　④ 9　⑤ 0

해설

$z = -2 + i$, $\bar{z} = -2 - i$

$$
\begin{aligned}
z * \bar{z} &= (z + \bar{z}) - z\bar{z} \\
&= -4 - 5 \\
&= -9
\end{aligned}
$$

3. 모든 실수 x에 대하여 $\sqrt{x^2-2(k-4)x+4}$가 실수가 되도록 하는 k의 값의 범위는?

① $-1 \le k \le 2$　　② $k \le -1$ 또는 $k \ge 2$

③ $2 \le k \le 6$　　④ $k \le 2$ 또는 $k \ge 6$

⑤ $k \ge 6$

해설

근호가 실수가 되려면
근호 속의 수가 양수이어야 한다.
즉, $x^2-2(k-4)x+4 \ge 0$ 을 항상 만족시키면 되므로
판별식 $\frac{D}{4} \le 0$이 될 조건을 구하면 된다.

$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 4 \le 0$

$k^2 - 8k + 12 \le 0$, $(k-2)(k-6) \le 0$

$\therefore\ 2 \le k \le 6$

4. 두 방정식 $x^2-(k+2)x+2k=0$, $x^2+kx-2k=0$을 동시에 만족하는 x의 값이 존재할 때, 상수 k의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통인 근을 α라 하면
$\alpha^2-(k+2)\alpha+2k=0$
$\alpha^2+k\alpha-2k=0$
두 식을 더하면
$2\alpha^2-2\alpha=0,\quad \alpha(\alpha-1)=0$
$\alpha=0$ 이면 $k=0$
$\alpha=1$ 이면 $k=1$
$\therefore\quad k=1$ 또는 0

해설

㉠ : $x^2-(k+2)x+2k=0$에서 $(x-k)(x-2)=0$
㉡ : $x^2+kx-2k=0$
ⅰ) $x=k$ 가 ㉡의 해일 때
$k^2+k^2-2k=0$,
$k^2-k=0$
$k=1$ 또는 $k=0$
ⅱ) $x=2$가 ㉡의 해일 때
$4+2k-2k=0$, $4=0$ 성립하지 않는다.
$\therefore\quad k=1$ 또는 0

5. 부등식 $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3} \le x-\frac{x+2}{3} \le \frac{1}{4}x+6$을 만족하는 음이 아닌 정수 x의 값의 개수는?

① 18개 ② 17개 ③ 16개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

i) $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3} \le x-\frac{x+2}{3}$, $3x-8 \le 6x-2x-4$

$\therefore\ x \ge -4$

ii) $x-\frac{x+2}{3} \le \frac{1}{4}x+6$, $12x-4x-8 \le 3x+72$

$\therefore\ x \le 16$

i), ii) 에서 공통된 x의 값의 범위를 구하면

$-4 \le x \le 16$

한편, x는 음이 아닌 정수이므로 $0 \le x \le 16$

따라서 $x=0, 1, 2, \cdots, 16$의 17개이다.