

1. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

2. 복소수 α, β 에 대하여 연산 $*$ 를 $\alpha * \beta = (\alpha + \beta) - \alpha\beta$ 라 하자. $z = \frac{5}{-2-i}$ 일 때, $z * \bar{z}$ 의 값은?

① -1

② 1

③ -9

④ 9

⑤ 0

해설

$$z = -2 + i, \bar{z} = -2 - i$$

$$z * \bar{z} = (z + \bar{z}) - z\bar{z}$$

$$= -4 - 5$$

$$= -9$$

3. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{x^2 - 2(k-4)x + 4}$ 가 실수가 되도록 하는 k 의 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 2$

② $k \leq -1$ 또는 $k \geq 2$

③ $2 \leq k \leq 6$

④ $k \leq 2$ 또는 $k \geq 6$

⑤ $k \geq 6$

해설

근호가 실수가 되려면

근호 속의 수가 양수이어야 한다.

즉, $x^2 - 2(k-4)x + 4 \geq 0$ 을 항상 만족시키면 되므로

판별식 $\frac{D}{4} \leq 0$ 이 될 조건을 구하면 된다.

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 4 \leq 0$$

$$k^2 - 8k + 12 \leq 0, (k-2)(k-6) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq k \leq 6$$

4. 두 방정식 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$, $x^2 + kx - 2k = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 존재할 때, 상수 k 의 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 근을 α 라 하면

$$\alpha^2 - (k+2)\alpha + 2k = 0$$

$$\alpha^2 + k\alpha - 2k = 0$$

두 식을 더하면

$$2\alpha^2 - 2\alpha = 0, \quad \alpha(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha = 0 \text{ 이면 } k = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ 이면 } k = 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} : x^2 - (k+2)x + 2k = 0 \text{에서 } (x-k)(x-2) = 0$$

$$\textcircled{\text{㉡}} : x^2 + kx - 2k = 0$$

i) $x = k$ 가 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 해일 때

$$k^2 + k^2 - 2k = 0,$$

$$k^2 - k = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 0$$

ii) $x = 2$ 가 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 해일 때

$$4 + 2k - 2k = 0, \quad 4 = 0 \text{ 성립하지 않는다.}$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

5. 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6$ 을 만족하는 음이 아닌 정수 x 의 값의 개수는?

- ① 18개 ② 17개 ③ 16개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$$\text{i) } \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3}, 3x - 8 \leq 6x - 2x - 4$$

$$\therefore x \geq -4$$

$$\text{ii) } x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6, 12x - 4x - 8 \leq 3x + 72$$

$$\therefore x \leq 16$$

i), ii)에서 공통된 x 의 값의 범위를 구하면

$$-4 \leq x \leq 16$$

한편, x 는 음이 아닌 정수이므로 $0 \leq x \leq 16$

따라서 $x = 0, 1, 2, \dots, 16$ 의 17개이다.