1. 다음 <보기> 중 무한소수는 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $0.333\cdots$

㉡ $\frac{2}{5}$

㉢ π

㉣ 1.3

㉤ $1.9276309108\cdots$

㉥ $\frac{4}{9}$

㉦ $\frac{7}{20}$

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5 이외의 수가 있으면 무한소수이다.

㉠, ㉢, ㉤, ㉥

$\therefore$ 4 개

2. $3^2 = a$ 일 때, 3^{12} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^6 ② $2a^6$ ③ a^8 ④ $2a^8$ ⑤ $3a^8$

해설

$3^{12} = (3^2)^6$ 이므로 a^6 이다.

3. $2^3 = \frac{1}{x}$ 이라고 할 때, $\left(\frac{1}{64}\right)^2$ 을 x에 관하여 나타내면?

① $\frac{1}{x^{12}}$ ② $\frac{1}{x^6}$ ③ x^4 ④ x^6 ⑤ x^{12}

해설

$$\left(\frac{1}{64}\right)^2 = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}}$$

$x = \frac{1}{2^3}$ 이므로

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{(2^3)^4} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^4 = x^4$$

4. $(3x^2y^{\square})^2 \div (\square x^{\square}y^2) = x^2y^4$ 이 성립할 때, $\square$ 안에 들어갈 수를 차례로 나열하면?

① 3, 5, 2　　② 4, 8, 2　　③ 3, 9, 2

④ 5, 8, 2　　⑤ 5, 9, 2

해설

$$(3x^2y^{\square})^2 \div (\square x^{\square}y^2) = \left(\frac{3^2x^4y^{2\square}}{\square x^{\square}y^2}\right) = x^2y^4$$

이므로 $\square$ 안에는 3, 9, 2 가 들어간다.

5. 다음 중 계산 결과가 ab 가 <u>아닌</u> 것은?

① $a^2b \times a^2b^3 \div a^3b^3$

② $(-a)^2 \div ab \times b^2$

③ $a^3b^4 \div (-a) \div (-ab^3)$

④ $ab^2 \times a^2b \div (-ab)^2$

⑤ $b \div a^3 \times a^4b$

해설

① $a^2b \times a^2b^3 \div a^3b^3 = a^2b \times a^2b^3 \times \dfrac{1}{a^3b^3} = ab$

② $(-a)^2 \div ab \times b^2 = a^2 \times \dfrac{1}{ab} \times b^2 = ab$

③ $a^3b^4 \div (-a) \div (-ab^3) = a^3b^4 \times \dfrac{1}{(-a)} \times \dfrac{1}{(-ab^3)} = ab$

④ $ab^2 \times a^2b \div (-ab)^2 = ab^2 \times a^2b \times \dfrac{1}{a^2b^2} = ab$

⑤ $b \div a^3 \times a^4b = b \times \left(\dfrac{1}{a}\right)^3 \times a^4b = ab^2$

6. $x = 2.\dot{3}$ 일 때, $x + \dfrac{1}{\dfrac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{53}{90}$ ② $\dfrac{12}{45}$ ③ $\dfrac{7}{12}$ ④ $\dfrac{7}{30}$ ⑤ $\dfrac{2}{9}$

해설

$x = \dfrac{21}{9}$

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= x + \frac{1}{\dfrac{1-x}{x}} \\
&= x + \frac{x}{1-x} \\
&= \frac{21}{9} + \frac{\dfrac{21}{9}}{1 - \dfrac{21}{9}} \\
&= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36} \\
&= \frac{21}{36} = \frac{7}{12}
\end{aligned}
$$

7. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{900}$

② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{90}$

③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{99}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{90}$

⑤ $2.\dot{5}\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

해설

① $0.\dot{3}4\dot{1} = \dfrac{341}{999}$

② $7.\dot{3} = \dfrac{73-7}{9}$

③ $0.6\dot{2} = \dfrac{62-6}{90}$

④ $4.\dot{1}\dot{8} = \dfrac{418-4}{99}$

⑤ $2.\dot{5}\dot{3} = \dfrac{253-2}{99}$

8. 다음 식을 만족하는 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

$$0.\dot{5} = a \times 0.\dot{1},\ 0.\dot{1}\dot{5} = b \times 0.\dot{0}\dot{1}$$

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$0.\dot{5} = \frac{5}{9} = 5 \times \frac{1}{9} = 5 \times 0.\dot{1}$, $0.\dot{1}\dot{5} = \frac{15}{99} = 15 \times \frac{1}{99} = 15 \times 0.\dot{0}\dot{1}$

따라서, $a = 5,\ b = 15$ 이므로 $a - b = 5 - 15 = -10$

9. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$

i) $3b = 12,\ b = 4$

ii) $ab = 16,\ 4a = 16,\ a = 4$

iii) $b = c,\ c = 4$

따라서 $a+b+c = 12$ 이다.

10. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $(4-5x+6x^2)-3(2x^2+3x-4)$

② $\left(7-\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{x}+8\right)$

③ $(5+6x+x^2)-(-5+6x+x^2)$

④ $\left(\frac{1}{4}x^2+5x-6\right)-\left(-6-5x-\frac{1}{4}x^2\right)$

⑤ $\left(\frac{2}{3}x^2-x+1\right)-\left(1-x-\frac{1}{3}x^2\right)$

해설

① $4-5x+6x^2-6x^2-9x+12=-14x+16$ (일차식)

② $\left(7-\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{x}+8\right)=15$

③ $5+6x+x^2+5-6x-x^2=10$

④ $\frac{1}{2}x^2+10x$ (이차식)

⑤ x^2 (이차식)

11. $7x-\frac{9}{4}\left[5x-\frac{2}{3}\left\{2y-\frac{1}{3}(x-3y)\right\}\right]$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합은?

① $-\frac{11}{12}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$7x-\frac{9}{4}\left[5x-\frac{2}{3}\left\{2y-\frac{1}{3}(x-3y)\right\}\right]$$
$$=7x-\frac{9}{4}\left\{5x-\frac{2}{3}\left(2y-\frac{1}{3}x+y\right)\right\}$$
$$=7x-\frac{9}{4}\left(5x-\frac{4}{3}y+\frac{2}{9}x-\frac{2}{3}y\right)$$
$$=7x-\frac{45}{4}x+3y-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y$$
$$=-\frac{19}{4}x+\frac{9}{2}y$$
$$\therefore -\frac{19}{4}+\frac{9}{2}=-\frac{1}{4}$$

12. $3x(x-y)+(4x^3y-8x^2y^2)\div(-2xy)$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

(준식) $= 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$

따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

13. $a=-2,\ b=-3$ 일 때, $\dfrac{15a^2-3ab}{3a}-\dfrac{8ab+4b^2}{4b}$ 의 값은?

① 0 ② 6 ③ 12 ④ -6 ⑤ -12

해설

(준식) $=5a-b-(2a+b)=3a-2b=-6+6=0$

14. $5x-3y-7=-x+9y-1$ 일 때, $-5x+2y-1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay+b$ 라고 한다. $a+b$ 의 값은?

① -14 ② -10 ③ -5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$5x-3y-7=-x+9y-1$, $6x=12y+6$, $x=2y+1$을 대입하면,

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -5(2y+1)+2y-1 \\ &= -10y-5+2y-1 \\ &= -8y-6\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b=-14$

15. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \cdots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$개이다.

16. $\dfrac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{7}5\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

① 4991 ② 4992 ③ 4993 ④ 4994 ⑤ 4995

해설

$$0.2\dot{7}5\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$\therefore\ a = 4995$

17. 부등식 $\frac{5}{2} < x < 6.2\dot{9}$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{5}{2} = 2.5$ 이므로 만족하는 x 값은 3, 4, 5, 6 이다.

18. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

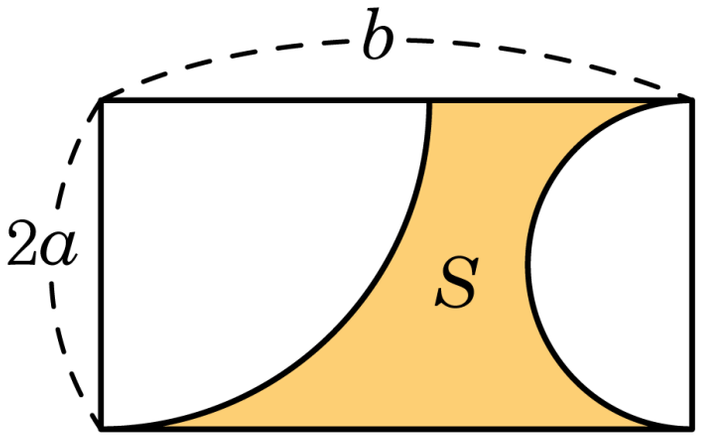
▷ 정답 : 25

해설

$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19$ 이므로 $a = 19$, $b = 6$

$\therefore\ a + b = 19 + 6 = 25$

19. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$　② $2ab - a^2\pi$　③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$

④ $2ab - 2a^2\pi$　⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

20. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$ 일 때, $\frac{x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 4$, $\frac{4}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 4y$ 이다.

$$\frac{x^2 + 4y^2}{xy} = \frac{16y^2 + 4y^2}{4y^2} = \frac{20y^2}{4y^2} = 5$$

21. 분수 $\dfrac{21}{2^3 \times 5 \times 7 \times a}$ 를 소수로 나타내면 무한소수가 된다. 이때 가장 작은 a 는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\dfrac{3}{2^3 \times 5 \times a}$ 가 무한소수가 되기 위해서는 a 가 2 나 5 가 아닌 수를 소인수로 가져야 한다. a 가 3 이 될 경우에는 약분이 된다.

22. 분수 $\frac{a}{2^2 \times 11}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{a}{2^2 \times 11}$ 가 유한소수이고 $a < 20$ 이므로 $a = 11$, $b = 4$

$\therefore a + b = 15$

23. 다음을 계산하여라.

$$0.\dot{1}+\frac{0.\dot{2}}{2}+\frac{0.\dot{3}}{3}+\frac{0.\dot{4}}{4}+\cdots+\frac{0.\dot{9}}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{9}\times\frac{1}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{1}{4}+\cdots+\frac{9}{9}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{9}$$

$$=\frac{1}{9}\times 9=1$$

24. $64^{4x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-13x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

주어진 식의 양변의 밑이 2가 되도록 바꾸면

$$\begin{aligned}
(2^6)^{4x+1} &= (2^{-2})^{2-13x} \\
2^{24+6} &= 2^{-4+26x} \\
24x+6 &= -4+26x \\
-2x &= -10 \\
\therefore\ x &= 5
\end{aligned}$$

25. 다음을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

$$2^{x+2}+2^{x+1}+2^{x}=112$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}2^{x+2}+2^{x+1}+2^{x}&=2^{x}(2^{2}+2+1)\\&=2^{x}\cdot 7=112\end{aligned}$$

$2^{x}=16$

$\therefore\ x=4$