

1. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.
 $x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면
 $(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$
 $\therefore a=1$

2. 양수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$ 이면 $x \neq 1$ 이다.'가 참이기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

' $x = 1$ 이면 $ax^2 - a^2x + 2 = 0$ 이다.'가 참이므로

$$a - a^2 + 2 = 0, a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a + 1)(a - 2) = 0$$

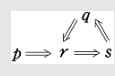
$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = 2$$

3. 조건 p, q, r, s 에서 p, q 는 어느 것이나 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이라 한다. 이 때, r 은 s 이기 위한 무슨 조건인가?
- ① 필요조건 ② 충분조건
③ 필요충분조건 ④ 아무 조건도 아니다.
⑤ 위 사실로는 알 수 없다.

해설

p 는 r 이기 위한 충분조건이므로
 $p \Rightarrow r$ 같은 방법으로 하면
주어진 조건으로부터 $q \Rightarrow r, r \Rightarrow s, s \Rightarrow q$
 $\therefore r \Rightarrow s$ 이고 $s \Rightarrow r$ 이므로 $r \Leftrightarrow s$
따라서, r 은 s 이기 위한 필요충분조건이다.



4. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)
- ① $p : a > 3, q : a^2 > 9$
 - ② $p : a^2 = ab, q : a = b$
 - ③ $p : |a| < |b|, q : a < b$
 - ④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$
 - ⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

해설

- ① 충분조건
- ③ 아무런 조건관계가 아니다.
- ④ 아무런 조건관계가 아니다. 진리집합을 구해보면 $P = \{-1, 3\}, Q = \emptyset$ 에서 $P \supset Q$ 관계로 보아 필요조건이라고 하지 않도록 주의하자.
- ⑤ 필요충분조건

5. 집합 A, B, C 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : (A \cap B) \subset (A \cup B), q : A = B$

② $p : A \cap (B \cap C) = A, q : A \cup (B \cup C) = B \cup C$

③ $p : A \cup (B \cap C) = A, q : A \cap (B \cup C) = B \cup C$

④ $p : A \cup B = A, q : B = \phi$

⑤ $p : A \cup (B - A) = B, q : A \subset B$

해설

① $(A \cap B) \subset (A \cup B) \Leftarrow A = B$: 필요조건

② $p : A \cap (B \cap C) = A \subset (B \cap C)$

$q : A \cup (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow A \subset (B \cup C)$

$A \subset (B \cap C) \Rightarrow A \subset (B \cup C)$: 충분조건

③ $p : A \cup (B \cap C) = A \Leftrightarrow (B \cap C) \subset A$

$q : A \cap (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow (B \cup C) \subset A$

$(B \cap C) \subset A \Leftarrow (B \cup C) \subset A$: 필요조건

④ $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$

$B \subset A \Leftarrow B = \emptyset$: 필요조건

⑤ $p : A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A^c) = A \cup B = B$

$q : A \cup (B - A) = B \Leftrightarrow (A \cup B) = B$

$\Leftrightarrow A \subset B \therefore P \Leftrightarrow Q$: 필요충분조건