1. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$ 의 두 근의 비가 1 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\pm 2\sqrt{2}$

② $\pm 2\sqrt{3}$

③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$

⑤ ± 2

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 3α
 $\therefore$ 두 근의 곱은 $3\alpha^2 = 9 \quad \therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$
두 근의 합은 $\alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$
 $\therefore k = \pm 2\sqrt{3}$

3. 이차함수 $y = ax^2 + 2x + 4 + 2a$ ($a \neq 0$)의 최댓값이 3일 때, a 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수에서 최댓값을 가지려면 이차항의 계수 a 의 부호는 음수이다.

주어진 식을 변형 하면

$$y = a \left\{ x^2 + \frac{2}{a}x + \left(\frac{1}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2 \right\} + 4 + 2a$$

$$= a \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 + 4 + 2a - \frac{1}{a}$$

따라서 $x = -\frac{1}{a}$ 일 때,

최댓값 $4 + 2a - \frac{1}{a} = 3$ 을 가진다.

$$4 + 2a - \frac{1}{a} = 3 \text{ 에서 } 2a - \frac{1}{a} + 1 = 0$$

$$2a^2 + a - 1 = 0, (a+1)(2a-1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

$$a = -1 (\because a < 0)$$

4. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x) 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + (x) = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

- ① $\frac{7}{2}$ ② $3 \leq x \leq 4$ ③ $3 \leq x < 4$
④ $3 < x \leq 4$ ⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k & (k < x < k + 1 \text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k + 1 & (k < x < k + 1 \text{일 때}) \end{cases}$$

따라서, $[x] + (x) = 7$ 이고

$[x], (x)$ 는 정수이므로

$$[x] = 3, (x) = 4 \quad (\because [x] \leq (x))$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

5. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $-2 \leq x < 1$ ② $-2 \leq x < 0$ ③ $-1 \leq x < 1$
④ $-1 \leq x < 0$ ⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$\begin{aligned}x-1 = A \text{ 라 하면 } x &= A+1 \\ \therefore [A]^2 + 3[A+1] - 3 &= [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0 \\ [A]([A] + 3) < 0 &\quad \therefore -3 < [A] < 0 \\ -2 \leq A < 0 &\quad \therefore -2 \leq x-1 < 0 \text{ 이므로} \\ -1 \leq x < 1\end{aligned}$$