

1. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

2. 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 3$ 이 되도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\pm 2\sqrt{2}$

② $\pm 2\sqrt{3}$

③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$

⑤ ± 2

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 3α

$$\therefore \text{두 근의 곱은 } 3\alpha^2 = 9 \quad \therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{두 근의 합은 } \alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$$

$$\therefore k = \pm 2\sqrt{3}$$

3. 이차함수 $y = ax^2 + 2x + 4 + 2a$ ($a \neq 0$)의 최댓값이 3 일 때, a 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

이차함수에서 최댓값을 가지려면 이차항의 계수 a 의 부호는 음수이다.

주어진 식을 변형 하면

$$\begin{aligned}y &= a \left\{ x^2 + \frac{2}{a}x + \left(\frac{1}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2 \right\} + 4 + 2a \\&= a \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 + 4 + 2a - \frac{1}{a}\end{aligned}$$

따라서 $x = -\frac{1}{a}$ 일 때,

최댓값 $4 + 2a - \frac{1}{a} = 3$ 을 가진다.

$$4 + 2a - \frac{1}{a} = 3 \text{ 에서 } 2a - \frac{1}{a} + 1 = 0$$

$$2a^2 + a - 1 = 0, (a+1)(2a-1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

$$a = -1 (\because a < 0)$$

4. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x) 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + (x) = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k+1 & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

따라서, $[x] + (x) = 7$ 이고

$[x]$, (x) 는 정수이므로

$$[x] = 3, (x) = 4 \quad (\because [x] \leq (x))$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

5. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \leq x < 1$

② $-2 \leq x < 0$

③ $-1 \leq x < 1$

④ $-1 \leq x < 0$

⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$x - 1 = A \text{라 하면 } x = A + 1$$

$$\therefore [A]^2 + 3[A + 1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$$

$$[A]([A] + 3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$$

$$-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x - 1 < 0 \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x < 1$$