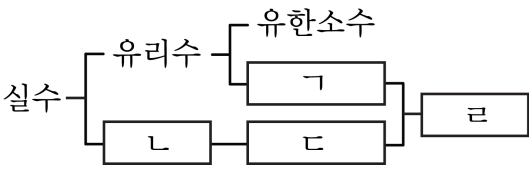


1. 다음은 실수를 분류한 표이다. □안에 들어갈 말로 바르게 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① ㄱ. 비순환소수

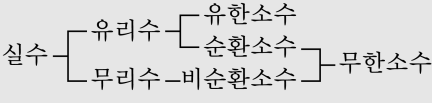
② ㄴ. 무리수

③ ㄷ. 무한소수

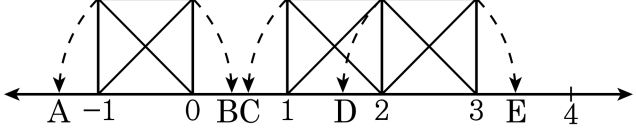
④ ㄷ. 순환소수

⑤ ㄹ. 무한소수

해설



2. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옳게 구한 것은?



- ① $A(-1 - \sqrt{2})$ ② $B(\sqrt{2})$ ③ $C(1 - \sqrt{2})$
④ $D(3 - \sqrt{2})$ ⑤ $E(2 - \sqrt{2})$

해설

$A(-\sqrt{2})$, $B(-1 + \sqrt{2})$, $C(2 - \sqrt{2})$, $D(3 - \sqrt{2})$, $E(2 + \sqrt{2})$
이므로 ④이다.

3. 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중 틀린 것은?

① $7 < \sqrt{50}$

② $\sqrt{15} < 4$

③ $2 + \sqrt{6} > \sqrt{6} + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{15} + 1 > 4$

⑤ $\sqrt{2} + 1 < 2$

해설

⑤ $\sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1 > 0$

4. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\sqrt{37} - 1 < 6$
- ㉡ $\sqrt{2} + 4 < \sqrt{3} + 4$
- ㉢ $-\sqrt{(-3)^2} + 2 > -\sqrt{10} - 1$
- ㉣ $\frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$
- ㉤ $4 - \sqrt{2} > 2 + \sqrt{2}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 4 - \sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} &= 2 - 2\sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{8} < 0 \\ \therefore 4 - \sqrt{2} &< 2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

5. 다음 세 수를 큰 순서대로 나열할 때, 가운데에 위치하는 수를 구하시오.

$$\sqrt{15}, 3 + \sqrt{2}, 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{15} - 4 = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0 \therefore \sqrt{15} < 4$$

$$(3 + \sqrt{2}) - 4 = \sqrt{2} - 1 > 0 \therefore 3 + \sqrt{2} > 4$$

$$\therefore \sqrt{15} < 4 < 3 + \sqrt{2}$$

6. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① $\sqrt{5} - 0.01$

② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$

③ $\sqrt{3} + 0.02$

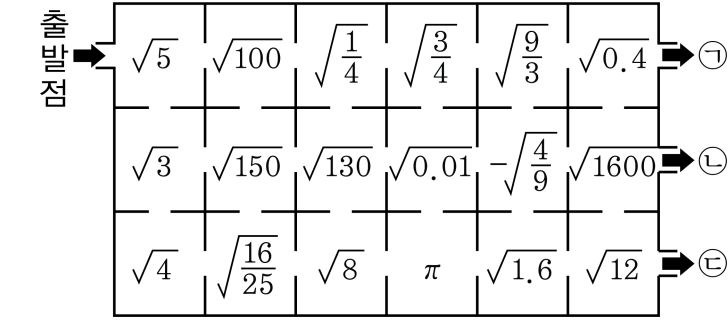
④ 2

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0.75} < \sqrt{3}$

7. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 어느 문으로 나오게 되는지 말하여라.



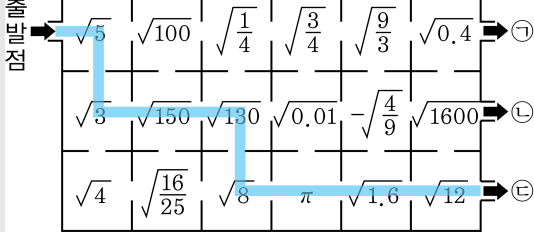
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π , $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



8. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

9. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

10. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

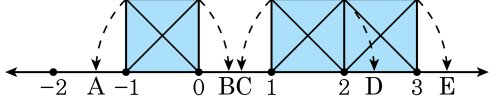
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

11. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?

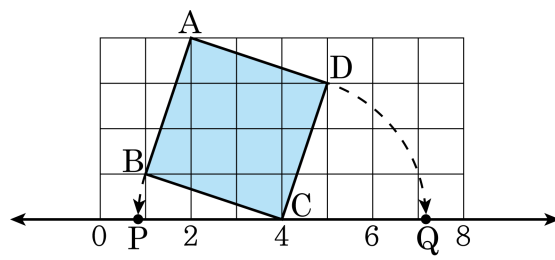


- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

12. □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 를 수직선 위에 놓을 때, 좌표 $P(a)$, $Q(b)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

$$P(a) = 4 - \sqrt{10}, Q(b) = 4 + \sqrt{10}$$

$$a+b = 4 - \sqrt{10} + 4 + \sqrt{10} = 8$$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

14. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무리수가 없다.
- ② $\frac{1}{2}$ 와 $\frac{1}{3}$ 사이에는 1 개의 유리수가 있다.
- ③ $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 5 개의 정수가 있다
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 수직선 위에는 무리수에 대응하는 점이 없다.

해설

③ $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 $-2, -1, 0, 1$ 총 4 개의 정수가 있다.

15. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는?

① A

② B

③ C

④ $A = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$$

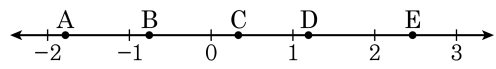
$$\therefore A > B$$

$$A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$$

$$\therefore A < C$$

따라서 $B < A < C$ 이다.

16. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서
 $4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.
 $\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.

17. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

18. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

19. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$$\sqrt{32}-2-(\sqrt{8}+3)<0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$$

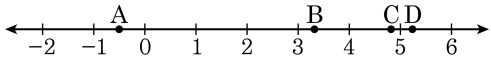
$$\sqrt{2}+2-(\sqrt{3}-1)>0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$$

$$\text{두 수의 합은 } \sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

따라서 $a+b=7$ 이다.

20. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$
- ② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
- ③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$
- ④ $5-\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}-2=\sqrt{48}-2\approx 4.\times\times\times:C$
 $2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-5\approx-0.\times\times\times:A$
 $10-3\sqrt{5}=10-\sqrt{45}\approx 3.\times\times\times:B$
 $\sqrt{27}\approx 5.\times\times\times:D$
 $a=2\sqrt{5}-5, b=10-3\sqrt{5}$
 $\therefore a+b=(2\sqrt{5}-5)+(10-3\sqrt{5})=5-\sqrt{5}$

21. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.
- ② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.
- ③ $b-a$ 는 항상 무리수이다.
- ④ ab 는 항상 무리수이다.
- ⑤ $b-\sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b-a = \sqrt{2}-2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b-\sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

22. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

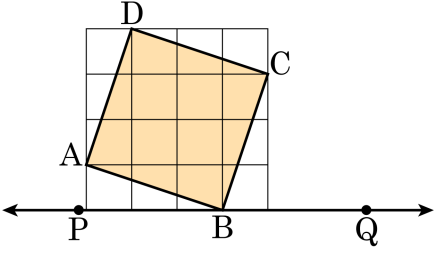
한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

23. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$ 를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1, 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BC}^2 = 10, \therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

24. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a + b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a + b + \sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

25. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$