1. 분수 $\frac{1}{2^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 10 보다 작은 자연수 중 a 의 값으로 적당한 수의 합은?

① 10 ② 14 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

무한소수가 되기 위해서는 $2, 5$ 이외의 소인수가 분모에 존재해야 하므로, $3, 6, 7, 9$ 가 될 수 있다.
$\therefore 3 + 6 + 7 + 9 = 25$

2. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \dfrac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\dfrac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$(x^2)^a \div (-x)^2 = x^{2a} \div x^2 = x^4$

$2a-2=4$

$\therefore\ a=3$

$y^3 \div (y^b)^2 = y^3 \div y^{2b} = \dfrac{1}{y} = y^{-1},\ 3-2b=-1$

$\therefore\ b=2$

$(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = z^{10} \div z^2 \div (-z^{3c}) = -\dfrac{1}{z^4} = -z^{-4}$

$10-2-3c=-4$

$\therefore\ c=4$

$a=3\ ,\ b=2\ ,\ c=4$

$\therefore\ a+b+c=9$

3. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$

$5^{3x+6} = 5^{-2x+11}$, $3x + 6 = -2x + 11$, $x = 1$

4. $3a^6b^9 \div \square^3 = \dfrac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

① $\pm a^2b^3$ ② $\pm 2a^3b^3$ ③ $\pm 3a^2b^3$

④ $\pm 3a^3b^3$ ⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$3a^6b^9 \div \square^3 = \dfrac{\square}{27a^2b^3}$ 는 $\dfrac{3a^6b^9}{\square^3} = \dfrac{\square}{27a^2b^3}$ 로 나타낼 수 있다.

이 식을 다시 정리하면,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4$ 이고 이는,

$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4$ 이므로 $\square = \pm 3a^2b^3$ 이다.

5. 비례식 $(2x-5y):(-3x-y)=3:4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x=y$ ② $x=2y$ ③ $x=3y$

④ $x=4y$ ⑤ $x=5y$

해설

$3(-3x-y)=4(2x-5y)$

$-9x-3y=8x-20y$

$-17x=-17y$

$\therefore\ x=y$

6. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$　② $-3 < a - b < 3$

③ $-9 < a - b < -1$　④ $3 < a - b < 11$

⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4$ …㉠

$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5$ …㉡이라 하면

㉡에서 각각의 변에 -1 을 곱하면

$5 < -b < 7$ …㉢이다.

따라서 ㉠+㉢ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

7. $3x+1 \le -5+4x$ 의 해를 수직선 위에 나타내면?

①

②

③

④

⑤

해설

$3x+1 \le -5+4x$

$x \ge 6$

8. 분수 $\frac{a}{45}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 두 자리의 자연수일 때, a , b 의 값은?

① $a=45$, $b=3$ ② $a=54$, $b=4$ ③ $a=63$, $b=5$

④ $a=72$, $b=6$ ⑤ $a=81$, $b=7$

해설

$\frac{a}{45}=\frac{a}{3^2\times 5}$ 가 유한소수이므로 a 는 9 의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{7}{b}$ 이므로, $a=9\times 7=63,\ b=5$

9. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

10. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \dfrac{13665}{99900}$ 이므로 $ab = 13$ 이다.

따라서 $13665 = abcde - 13$

$abcde = 13665 + 13$

$\therefore\ abcde = 13678$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 25$

11. $\dfrac{3^6+3^6+3^6}{5^6+5^6+5^6+5^6+5^6}\times\dfrac{4^6+4^6+4^6+4^6}{2^6+2^6}=\left(\dfrac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$의 값은? (단, $\dfrac{n}{m}$은 기약분수이다.)

① 6 ② 9 ③ 11 ④ 16 ⑤ 17

해설

$3^6+3^6+3^6=3^6\times3=3^7$

$5^6+5^6+5^6+5^6+5^6=5^6\times5=5^7$

$4^6+4^6+4^6+4^6=4^6\times4=4^7$

$2^6+2^6=2^6\times2=2^7$

$$\frac{3^6+3^6+3^6}{5^6+5^6+5^6+5^6+5^6}\times\frac{4^6+4^6+4^6+4^6}{2^6+2^6}$$

$$=\frac{3^7}{5^7}\times\frac{4^7}{2^7}=\left(\frac{3}{5}\right)^7\times\left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$=\left(\frac{3\times4}{5\times2}\right)^7=\left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$\therefore \dfrac{n}{m}=\dfrac{6}{5}$

$\therefore m+n=5+6=11$

12. 두 순서쌍 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$에 대하여 $(x_1,\ y_1)\times(x_2,\ y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의 한다. 이때, $(x,\ -2y)\times(2x,\ 5y)$를 간단히 하면?

① xy ② $3xy$ ③ $5xy$ ④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$x\times(-2y) + x\times 5y + 2x\times(-2y) + 2x\times 5y$
$= -2xy + 5xy - 4xy + 10xy$
$= 9xy$

13. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$일 때, $x^2 + y^2 + z^2$의 값을 a, b, c에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{b}$ ② $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{c} + \dfrac{ab}{a}$ ③ $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{a}$

④ $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{c}$ ⑤ $\dfrac{bc}{a} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2 = abc$이고

$$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore\ x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

14. 부등식 $6a - 9 \le 3(x - 3) - 2x$를 만족하는 $-x$의 값 중에서 가장 큰 정수가 2일 때, 상수 a의 값의 최댓값은?

① $a = -\frac{1}{3}$ ② $a = -\frac{1}{2}$ ③ $a = -1$
④ $a = \frac{1}{2}$ ⑤ $a = \frac{1}{3}$

해설

$6a - 9 \le 3(x - 3) - 2x$를 정리하면
$6a - 9 \le 3x - 9 - 2x$
$6a \le x$
$x \ge 6a$
$\therefore \ -x \le -6a$
위 부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 2이므로 $2 \le -6a < 3$
$\therefore \ -\frac{1}{2} < a \le -\frac{1}{3}$

15. $m-1<1$ 일 때, 일차부등식 $5mx-2m \le 10x-4$ 의 해는?

① $x \le \frac{1}{5}$ ② $x \le \frac{2}{5}$ ③ $x \ge \frac{2}{5}$ ④ $x \ge \frac{3}{5}$ ⑤ $x \ge \frac{4}{5}$

해설

$m-1<1$ 에서 $m-2<0$

$5mx-2m \le 10x-4$

$5(m-2)x \le 2(m-2)$

$\therefore\ x \ge \frac{2}{5}$ ($\because\ m-2<0$)