

1. 다항식  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$  을 인수분해하면?

- ①  $(x-1)^2(x+1)$                       ②  $(x+1)^2(x-1)$   
③  $(x-1)(x+1)$                       ④  $(x-1)^3$   
⑤  $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.  
 $f(1) = 0$ ,  
즉  $x-1$  로 나누어 떨어지므로  
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

2.  $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

①  $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

②  $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③  $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④  $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤  $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.  
 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$   
 $f(2) = 0, f(-2) = 0,$   
즉,  $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로  
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3.  $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤  $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

4.  $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

①  $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$     ②  $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③  $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$     ④  $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤  $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$(\text{준식}) = X(X+1) - 6$$

$$= X^2 + X - 6$$

$$= (X+3)(X-2)$$

$$= (x^2+x+3)(x^2+x-2)$$

$$= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)$$

5.  $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$  를 계산하여라.

- ①  $x^2 + 1$                       ②  $x^2 - 1$                       ③  $x^2 + 2$   
④  $x^2 - 2$                       ⑤  $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$
$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

6.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x+1)(x-2)(x+3)$

②  $(x-1)(x+2)(x+3)$

③  $(x-1)(x-2)(x-3)$

④  $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤  $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식)  $= (x-1)(x-2)(x-3)$

7. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, 3x^2 - x - 2, x^2 + 3x - 4$$

①  $x - 1$

②  $2x - 1$

③  $x - 2$

④  $x + 3$

⑤  $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는  $x - 1$ 이다.

8. 두 다항식  $x^3 - 3x^2 + 2x$ ,  $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각  $f(x), g(x)$ 라 할 때,  $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 18      ② 19      ③ 20      ④ 21      ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 + 2x &= x(x-2)(x-1) \\x^4 - 4x^3 + 4x^2 &= x^2(x-2)^2 \\ \therefore f(x) &= x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2 \\ \therefore f(3) + g(3) &= 3 + 18 = 21\end{aligned}$$

9. 두 다항식  $x^2 - 4x + 3a + b$ 와  $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가  $x - 2$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{ 이라 하면}$$

$f(x)$ 와  $g(x)$ 는 모두  $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{ 에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

10. 두 다항식  $x^2 + ax + b$ ,  $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가  $x - 1$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -2

해설

최대공약수가  $x - 1$ 이므로  
 $x^2 + ax + b$ 와  $x^2 + 3bx + 2a$ 는  
모두  $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.  
 $\therefore 1 + a + b = 0$ 이고  $1 + 3b + 2a = 0$   
따라서,  $a = -2$ ,  $b = 1$   
 $\therefore a + b = -1$

11. 100개의 다항식  $x^2-x-1, x^2-x-2, \dots, x^2-x-100$  중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 5개    ② 7개    ③ 9개    ④ 11개    ⑤ 13개

해설

$x^2-x-n = (x+a)(x-b)$  ( $a, b$ 는 자연수)라 하면  
 $b = a+1, ab = n$  ( $1 \leq n \leq 100$ )

$a$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n=ab$	2	6	12	20	30	42	56	72	90

$\therefore$  9(개)

12. 가로 길이가  $x$ cm, 세로 길이가  $y$ cm, 높이가  $z$ cm 인 직육면체에서  $x + y + z = 10$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 46$  일 때, 이 직육면체의 겉넓이는 몇  $\text{cm}^2$ 인가?

- ①  $45 \text{ cm}^2$                       ②  $50 \text{ cm}^2$                       ③  $54 \text{ cm}^2$   
④  $58 \text{ cm}^2$                       ⑤  $60 \text{ cm}^2$

**해설**

공식  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$  을 이용하여  
주어진 조건을 대입하면  $xy + yz + zx = 27$   
겉넓이는  $2(xy + yz + zx)$  이므로 54

13. 두 다항식  $x^2 + 3x + a$ ,  $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가  $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를  $f(x)$ 라 하자.  $f(0)$ 의 값을 구하면?

① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

해설

$x - 1$ 이 최대 공약수라면 두 식에  $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.  
 $A: x^2 + 3x + a$ 에  $x = 1$ 을 대입하면  
 $1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$   
 $B: x^2 - 3x + b$ 에  $x = 1$ 을 대입하면  
 $1 - 3 + b = 0 \therefore b = 2$   
 $A: x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$   
 $B: x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$   
최소공배수  $f(x) = (x - 1)(x + 4)(x - 2)$ 가 된다.  
 $f(0) = (-1) \cdot (4) \cdot (-2) = 8$

14.  $x^2+ax-9$ 와  $x^2+bx+c$ 의 합은  $2x^2-4x-6$ , 최소공배수는  $x^3-x^2-9x+9$ 이다.  $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$A = x^2 + ax - 9 = Gp$$

$$B = x^2 + bx + c = Gq \text{라 하면}$$

$$A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$$

$$L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

따라서,  $G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1$ 이다.

$$\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore a = 0, b = -4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 7$$

15. 차수가 같은 두 다항식의 합이  $2x^2 - 8$ 이고, 최소공배수가  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수는  $ax + b$ 이다. 이 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

두 식  $A, B$ 의 최대공약수를  $G$ 라 하면

$$A = Ga, B = Gb(a, b \text{는 서로소})$$

$$A + B = (a + b)G = 2(x + 2)(x - 2)$$

$$L = abG = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

$$\therefore G = x + 2$$

16.  $x^4 - 11x^2 + 1$  이  $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\ &= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\ &= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

17.  $2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12$ 를  $x, y$ 의 두 일차식의 곱으로 인수분해하면,  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c + d$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12 \quad (\leftarrow x \text{에 관하여 정리}) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y^2 - 4y - 12) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y + 2)(y - 6) \\ &= \{x + (y + 2)\}\{2x - (y - 6)\} \\ &= (x + y + 2)(2x - y + 6) \\ &\therefore a = 1, b = 2, c = -1, d = 6 \\ &\therefore a + b + c + d = 8 \end{aligned}$$

18. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은  $\frac{3}{2}$ , 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

**해설**

세 수를  $x, y, z$ 라 하면 주어진 조건으로부터

$$x + y + z = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$  이므로

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢} \text{에서 } 0^2 = 1 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$3xyz = 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xyz = -\frac{1}{3}$$

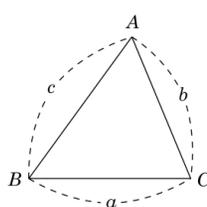
$$\text{또, } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$\textcircled{㉠}$ 에서  $x + y + z = 0$  이므로

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

19. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가  $a, b, c$  인  $\triangle ABC$ 에서  $a^3 + b^3 + c^3 - ab(a+b) + bc(b+c) - ca(c+a) = 0$ 이 성립할 때,  $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



- ①  $a = b$ 인 이등변삼각형      ②  $a = c$ 인 이등변삼각형  
 ③  $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형      ④  $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형  
 ⑤  $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

**해설**

$$\begin{aligned}
 & a^3 + b^3 + c^3 - ab(a+b) + bc(b+c) - ca(c+a) \\
 &= a^3 + b^3 + c^3 - a^2b - ab^2 + b^2c + bc^2 - c^2a - ca^2 \\
 &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)a + b^3 + b^2c + bc^2 + c^3 \\
 &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)a + b^2(b+c) + c^2(b+c) \\
 &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)a + (b+c)(b^2+c^2) \\
 &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)(a-b-c) \\
 &= (a-b-c)a^2 - (b^2+c^2)(a-b-c) \\
 &= (a-b-c)(a^2 - b^2 - c^2) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

이 때,  $a, b, c$ 는 삼각형의 세 변의 길이이므로  $a \neq b+c$   
 $\therefore a^2 - b^2 - c^2 = 0$ ,  
 즉  $a^2 = b^2 + c^2$   
 따라서,  $\triangle ABC$ 는  $a$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형,  
 즉  $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

20.  $a + b + c = 0$  일 때, 다음 중  $2a^2 + bc$  와 같은 것은?

①  $(a - c)^2$

②  $(b + c)^2$

③  $(a + b)(b + c)$

④  $(a - b)(a - c)$

⑤  $(a - b)(a + c)$

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 + bc &= 2a^2 - b(a + b) \quad (\because c = -a - b) \\ &= 2a^2 - ab - b^2 \\ &= (a - b)(2a + b) \\ &= (a - b)(a + b + a) \\ &= (a - b)(a - c) \quad (\because a + b = -c) \end{aligned}$$