

1. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

①  $y = -4x^2 + 1$

②  $y = -2(x-1)^2 + 10$

③  $y = x^2 + 3x + 1$

④  $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤  $y = -(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

2. 이차함수  $y = -x^2 + 10x - 13$  의 최댓값을  $m$ , 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  의 최솟값을  $n$  이라고 할 때,  $mn$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x-5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

3. 꼭짓점이  $(-2, 3)$  이고 점  $(1, -6)$  을 지나는 포물선이  $y$  축과 만나는 점의 좌표는?

- ①  $(0, -\frac{1}{2})$       ②  $(0, -1)$       ③  $(0, -\frac{3}{2})$   
④  $(0, -2)$       ⑤  $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x+2)^2 + 3$  에  $(1, -6)$  을 대입하면,  
 $-6 = 1(1+2)^2 + 3, a = -1$   
 $y = -(x+2)^2 + 3$   
 $x = 0$  을 대입하면  $y = -1$   
 $\therefore (0, -1)$

4. 다음 중 꼭짓점의 좌표  $(2, -6)$ , 대칭축의 방정식  $x = 2$ ,  $y$  축과의 교점의 좌표  $(0, -10)$  인 이차함수는?

①  $y = x^2 - 2x - 3$

②  $y = x^2 - 4x + 5$

③  $y = -x^2 - 2x + 3$

④  $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤  $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$  에  $(0, -10)$  을 대입한다.

$$a = -1$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 10$$

5. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

①  $y = -2x^2 + 1$

②  $y = -x^2 + x + 1$

③  $y = -(x-1)^2 + 4$

④  $y = 1 - x^2$

⑤  $y = (x-1)(x+2)$

해설

그래프가 아래로 볼록해야 최솟값을 가진다.

6. 이차함수  $y = -x^2 + 2x + 10$  의 최댓값을  $M$ ,  $y = 3x^2 + 6x - 5$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M + m$  의 값을 구하여라.

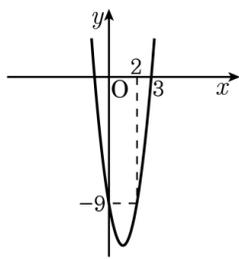
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3\end{aligned}$$

7. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음과 같을 때,  $a - b - c$  의 값은?

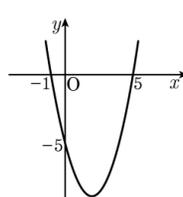


- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 18      ⑤ 24

**해설**

세 점  $(0, -9)$ ,  $(2, -9)$ ,  $(3, 0)$  을 지나는 그래프이다.  
 $(0, -9)$  를 지나므로  $-9 = c$   
 $(2, -9)$  를 지나므로  $-9 = 4a + 2b - 9$   
 $(3, 0)$  을 지나므로  $0 = 9a + 3b - 9$   
따라서  $a = 3$ ,  $b = -6$ ,  $c = -9$  이므로  
주어진 이차함수는  $y = 3x^2 - 6x - 9$  이고,  $a - b - c = 18$  이다.

8. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



- ①  $y = -x^2 - 5$
- ②  $y = x^2 + 4x - 5$
- ③  $y = x^2 - 4x - 5$
- ④  $y = -x^2 + 5x$
- ⑤  $y = x^2 - 5$

**해설**

$x$  축과 교점의 좌표가  $(-1, 0), (5, 0)$  이므로

$$y = a(x+1)(x-5)$$

점  $(0, -5)$  를 지나므로

$$-5 = a(0+1)(0-5) \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

9. 포물선  $y = ax^2 + 10x - 12$  과  $x$  축이 두 점  $A(1,0), B(b,0)$  에서 만날 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

해설

$y = ax^2 + 10x - 12$  에  $A(1,0)$  을 대입하면

$0 = a + 10 - 12$ ,  $a = 2$  이다.

$y = 2x^2 + 10x - 12$  이므로

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x - 1)(x + 6) = 0$$

$x = 1$  또는  $x = -6$  이다.

$b = -6$  즉,  $B(-6, 0)$

$$\therefore a + b = -4$$

10. 이차함수  $y = -x^2 + 6ax + 3a - 4$ 의 최댓값이 2일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $a < 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6ax + 3a - 4 \\ &= -(x^2 - 6ax) + 3a - 4 \\ &= -(x - 3a)^2 + 9a^2 + 3a - 4\end{aligned}$$

최댓값이  $9a^2 + 3a - 4 = 2$  이므로

$$9a^2 + 3a - 6 = 0,$$

$$(3a - 2)(3a + 3) = 0,$$

$$a = \frac{2}{3} \text{ 또는 } a = -1,$$

$$\therefore a < 0 \text{ 이므로 } a = -1$$

11. 이차함수  $y = -2x^2 + bx + c$  가  $x = 2$ 에서 최댓값 5를 가질 때, 상수  $b, c$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $b = 8$

▷ 정답:  $c = -3$

**해설**

꼭짓점의 좌표가 (2, 5) 이므로 이차함수의 식은  $y = -2(x-2)^2 + 5$  이다.

$y = -2(x-2)^2 + 5$  을 전개하면  $y = -2x^2 + 8x - 3$  이므로  $b = 8, c = -3$  이다.

12. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 17      ② 65      ③ 77      ④ 81      ⑤ 162

해설

두 수를 각각  $x$ ,  $18 - x$  라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

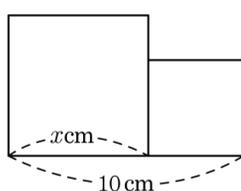
$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$  일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

13. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합을 최솟값을 구하여라.



- ① 20      ② 30      ③ 40      ④ 45      ⑤ 50

**해설**

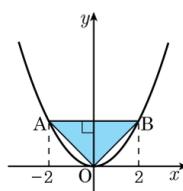
한 정사각형의 한 변의 길이를  $x$  cm, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를  $(10 - x)$  cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 + (10 - x)^2 \\
 &= 2x^2 - 20x + 100 \\
 &= 2(x - 5)^2 - 50
 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은  $50(\text{cm}^2)$  이다.

14. 다음 그림은 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$  의 그래프이다. 이때,  $\triangle AOB$  의 넓이는 얼마인가?

- ① 2      ② 4      ③ 6  
④ 8      ⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$  이고,  
 $x = 2$  를 대입하면  $y = 2$  이므로  
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

15.  $x = -3$  일 때 최댓값 4 를 갖고,  $y$  절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때, 상수  $a, b, c$  의 곱  $abc$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\ &= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\ &= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

16.  $x = 2$  일 때 최솟값  $-1$ 을 갖고,  $y$  절편이  $3$ 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x-p)^2 + q$ 라 할 때, 상수  $a, p, q$ 의 곱  $apq$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 - 1 \\ &= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\ &= ax^2 + 4ax + 4a - 1 \\ 4a - 1 &= 3 \\ a &= 1 \\ y &= (x-2)^2 - 1 \\ apq &= 1 \times 2 \times (-1) = -2\end{aligned}$$

17. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $x = 2$  일 때, 최솟값  $-3$  을 갖고, 그래프가 점  $(-1, 6)$  을 지난다고 할 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(2, -3)$  이므로  $y = a(x-2)^2 - 3$

점  $(-1, 6)$  을 대입하면  $a = 1$

$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$  에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서  $a + b + c = -2$  이다.

18. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라 하면  $h = -5t^2 + 30t + 22$  인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

- ① 1 초    ② 2 초    ③ 3 초    ④ 4 초    ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$$t = 3 \text{ 일 때, 최댓값 } h = 67$$

19.  $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ ,  $p + 2q \leq 2$  를 만족하는 실수  $p, q$  에 대하여 이차함수  $y = x^2 + px + q$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때  $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$  에서  $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$  이므로

최솟값  $m$  은  $x = -\frac{p}{2}$  일 때이다.

$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한  $p + 2q \leq 2$  에서  $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서  $m$  의 최댓값은  $\frac{5}{4}$  이다.

20. 둘레의 길이가 10 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{5}{2}$

해설

부채꼴의 반지름의 길이를  $r$ , 호의 길이를  $l$  이라고 하면  $2r+l=10$ ,  $l=10-2r$

부채꼴의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(10-2r) \\ &= -r^2 + 5r \\ &= -\left(r - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$

따라서 반지름이  $\frac{5}{2}$  일 때, 넓이가 최대가 된다.