

1. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡

오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢

주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉤

x^3 의 계수는 3이다.
- ㉥

상수항은 -4 이다.

- ①

㉠, ㉢
- ②

㉠, ㉡, ㉢
- ③

㉠, ㉡
- ④

㉠, ㉢, ㉤, ㉥
- ⑤

㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤

x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉥

상수항은 $5y - 4$ 이다.

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $A \ominus B$ 와 $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.
- $A \ominus B = A - 3B, A \otimes B = (A + B)B$
 $P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, Q = x^3 + x^2y + xy^2$ 이라 할 때,
 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 x, y 에 관한 다항식으로 나타내면?
- ① $x^4y^2 + xy^5$ ② $x^4y^2 - xy^5$ ③ $x^3y^2 - xy^4$
④ $x^3y^2 + xy^4$ ⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$P - 2Q$

$$\begin{aligned}&= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

3. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

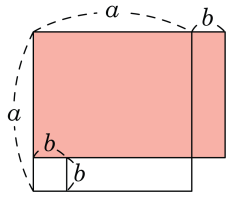
4. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?

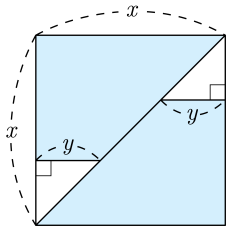


- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$
①' = ① 이므로
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

6. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



- ① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$
 ④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

7. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?
- ① $A = x^3 + x^2 + x + 2, B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$
- ② $A = x^3 - x^2 + x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$
- ③ $A = x^3 - x^2 + x - 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$
- ④ $A = x^3 - x^2 - x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$
- ⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6, B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{1} - \textcircled{2}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

9. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$
 $\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$
 $\therefore a = 3$

10. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식 A 로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$ 이고 나머지가 $4x - 5$ 일 때, 이차식 A 를 구하면?

① $3x^2 - 2$

② $3x^2 - 1$

③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$

⑤ $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

11. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

12. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} &(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, \quad b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
 $x=1$ 대입, $a=0$

㉡ 상수항 구하기
 $x=0$ 대입, $b=24$

13. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항) $\times$ (상수항), (2차항) $\times$ (1차항)
2쌍씩이다.
 $4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$

14. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

15. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면
즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$
 $x^2 + x - 1 = 0$
 $\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 1 \\x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\&= x(-x + 1)^2 - 5x \\&= x^3 - 2x^2 - 4x \\&= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x \\&= -x^2 - x - 2 \\&= -(x^2 + x) - 2 \\&= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

16. 세 실수 a, b, c 가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a + b + c = 1, \quad ab + bc + ca = 1, \quad abc = 1$$

이 때, $(a + b)(b + c)(c + a)$ 의 값은?

- ① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} &a + b + c = 1 \text{에서} \\ &a + b = 1 - c, \quad b + c = 1 - a, \quad c + a = 1 - b \\ &(a + b)(b + c)(c + a) \\ &= (1 - c)(1 - a)(1 - b) \\ &= 1 - (a + b + c) + (ab + bc + ca) - abc \\ &= 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

17. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

- i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수
: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,
계수= 2
: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,
계수= 1
- ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
- i), ii)에서 $2+1+3=6$

18. $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이고 $abc = 1$ 일 때, $(a^3 + b^3 + c^3)^2$ 의 값을 계산하면?

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= (a + b + c) \times 0 + 3abc = 0 + 3 \cdot (1) = 3 \\ &\therefore (a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \quad a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ & \frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} = 0 \\ & \therefore a = b = c \rightarrow abc = a^3 = b^3 = c^3 = 1 \\ & (a^3 + b^3 + c^3)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9 \end{aligned}$$

19. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

20. $\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = k \times 10^n$ (단, $0 < k < 10$, n 은 자연수)로 나타낼 때, n 의 값을 구하면?

- ① 72 ② 71 ③ 70 ④ 69 ⑤ 68

해설

$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = N \text{이라고 하면}$$
$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^{15}} < N < \frac{10^{85}}{10^{15}}$$
$$\frac{10 \times 10^{84}}{2 \times 10^{15}} < N < \frac{10 \times 10^{84}}{10^{15}}$$
$$5 \times 10^{69} < N < 10 \times 10^{69}$$

따라서 $N = k \times 10^{69} (5 < k < 10)$
 $\therefore n = 69$

21. 다항식 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 3$ 을 만족시킨다. $f(x^2 - 1)$ 을 구한 것은?

① $x^4 + 5x^2 + 1$

② $x^4 + x^2 - 3$

③ $x^4 - 5x^2 + 1$

④ $x^4 + x^2 + 3$

⑤ 답 없음

해설

$$x^2 + 1 = t \text{라 하면 } x^2 = t - 1$$

주어진 식에 대입하면

$$f(t) = (t - 1)^2 + 5(t - 1) + 3$$

$$\therefore f(t) = t^2 + 3t - 1$$

$$\begin{aligned} f(x^2 - 1) &= (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 1 \\ &= x^4 + x^2 - 3 \end{aligned}$$

22. $x^2 - x - 1 = 0$ 일 때, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 의 값과 $y + \frac{1}{y} = 1$ 일 때, $\frac{y^{10} + 1}{y^2}$ 의 값은?

- ① 4, -1 ② 4, 18 ③ 8, -1 ④ 9, -1 ⑤ 4, 27

해설

(1) $x^2 - x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 1$$

$$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot 1 = 4$$

(2) $y + \frac{1}{y} = 1$ 일 때

$$y + \frac{1}{y} = 1 \text{ 에서 } \frac{y^2 + 1}{y} = 1$$

$$\therefore y^2 - y + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{\text{A}}$$

$$\text{양변에 } (y + 1) \text{ 을 곱하면 } (y + 1)(y^2 - y + 1) = 0$$

$$y^3 + 1 = 0 \therefore y^3 = -1 \dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

$\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서

$$\begin{aligned} \frac{y^{10} + 1}{y^2} &= \frac{(y^3)^3 \cdot y + 1}{y^2} = \frac{-y + 1}{y^2} \\ &= \frac{-y^2}{y^2} = -1 \end{aligned}$$