

1. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

2. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

3. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \text{□} = (x+2)^2$$

4. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

5. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

6. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

7. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개

② 12개

③ 16개

④ 24개

⑤ 32개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

8. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 두 다항식은 $(x - 1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x - 1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
- ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
- ③ $4(x - 1)^3(x + 2)^2(x^2 + x + 1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
- ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x - 1)$ 이다.
- ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x + 2)(x - 1)^2(x^2 + x + 1)$ 이다.

해설

$$2x^2 + 2x - 4 = 2(x - 1)(x + 2)$$

$$4x^3 - 4 = 4(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\text{최대공약수} : 2(x - 1)$$

$$\text{최소공배수} : 4(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1)$$

9. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

10. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ &\therefore a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

11. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

12. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 2$ 이고 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 이다. $A + B = ax^2 + bx + c$ 를 만족하는 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x + 2)(x + 1)(x - 2)$$

두 다항식은 각각 $(x + 2)(x + 1), (x + 2)(x - 2)$

$$A + B = (x + 2)(x - 2) + (x + 2)(x + 1)$$

$$= 2x^2 + 3x - 2 = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

13. x, y, z 가 삼각형의 세 변의 길이이고, $xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$ 을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① z 가 빗변인 직각삼각형

② x 가 빗변인 직각삼각형

③ $x = y$ 인 이등변삼각형

④ $y = z$ 인 이등변삼각형

⑤ $z = x$ 인 이등변삼각형

해설

$$xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$$

$$(x - y)z^2 + (x^2 - y^2)z + (x - y)xy = 0$$

$$(x - y)\{z^2 + (x + y)z + xy\} = 0$$

$$(x - y)(z + x)(z + y) = 0. \therefore x = y \quad (\because x, y, z \text{는 모두 양수})$$

$\therefore x = y$ 인 이등변삼각형

14. 두 다항식 $x^3 + px^2 + qx + 1$ 과 $x^3 + qx^2 + px + 1$ 의 최대공약수가 x 에 대한 일차식일 때, 상수 p, q 에 대하여 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A = x^3 + px^2 + qx + 1$, $B = x^3 + qx^2 + px + 1$ 이라고 하면

$$\begin{aligned} A - B &= (x^3 + px^2 + qx + 1) - (x^3 + qx^2 + px + 1) \\ &= (p - q)x^2 - (p - q)x \\ &= (p - q)x(x - 1) \end{aligned}$$

이 때, $A - B$ 는 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 인수로 갖는다.
그런데, $p = q$ 이면 $A = B$ 가 되어 최대공약수가 x 에 대한 삼차식이 되므로 최대공약수가 x 에 대한 일차식이라는 조건에 모순이다.

또한, 두 다항식 A, B 의 상수항이 모두 1이므로 x 를 인수로 가질 수 없다.

따라서, $x - 1$ 이 두 다항식 A, B 의 최대공약수이고, 최대공약수는 A, B 의 인수이므로 $x = 1$ 을 두 다항식에 각각 대입하면 그 값이 0이어야 한다.

$$1 + p + q + 1 = 0, 1 + q + p + 1 = 0$$

$$\therefore p + q = -2$$

15. 두 다항식 $A = x^3 + ax^2 - 4x + 2$ 와 $B = x^3 + bx^2 - 2$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 7

해설

$A = Gf(x), B = Gg(x)$ 라 하면

$A + B = G(f(x) + g(x)), A - B = G(f(x) - g(x))$ 이므로
공통인수는 G 를 포함한다.

$$\begin{cases} A + B = 2x^3 + (a + b)x^2 - 4x \\ \quad = x\{2x^2 + (a + b)x - 4\} \\ A - B = (a - b)x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$A + B$ 에서 x 는 $A - B$ 의 인수가 아니므로 G 가 될 수 없다.

그러므로 $G = 2x^2 + (a + b)x - 4$

$\therefore A - B = -G = -2x^2 - (a + b)x + 4$

계수비교하면 $a - b = -2, a + b = 4$