

1.  $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여  $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

2.  $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{100}$  일 때,  $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$  의 값은?

①  $1-i$

②  $0$

③  $-1-i$

④  $2$

⑤  $1+i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \frac{1-i}{1+i} = -i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i)$$

$$= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}$$

$$= (-i)^{100} + (i)^{100} = 2$$

$$\ast i^4 = 1 \text{ 이므로 } i^{4k} = 1$$

3. 이차방정식  $(\sqrt{2} + 1)x^2 + x - \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 의 두 근의 곱은?

①  $-\sqrt{2}$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $\sqrt{2}$

해설

주어진 식의 양변에  $\sqrt{2} - 1$ 을 곱하면

$$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 0$$

$$x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$$

$$(x + \sqrt{2})(x - 1)$$

$$\therefore x = -\sqrt{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 곱은  $-\sqrt{2}$

4. 다항식  $f(x)$ 를  $ax + b(a \neq 0)$ 로 나눌 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라고 한다.  $xf(x)$ 를  $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 나머지를 구하면 ?

①  $\frac{bR}{a}$

②  $\frac{b}{Ra}$

③  $-\frac{b}{a}R$

④  $\frac{aR}{b}$

⑤  $-\frac{aR}{b}$

### 해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R$$

$$= a \left( x + \frac{b}{a} \right) Q(x) + R$$

$$\therefore x \cdot f(x)$$

$$= ax \left( x + \frac{b}{a} \right) Q(x) + Rx$$

$$= ax \left( x + \frac{b}{a} \right) Q(x) + R \left( x + \frac{b}{a} \right) - \frac{b}{a}R$$

$$= \left( x + \frac{b}{a} \right) \{ axQ(x) + R \} - \frac{b}{a}R$$

따라서, 구하는 몫은  $axQ(x) + R$

$$\text{나머지는 } -\frac{bR}{a}$$

### 해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \text{에서}$$

$$\text{나머지 정리에 의해 } f\left(-\frac{b}{a}\right) = R$$

$$x \cdot f(x) = \left( x + \frac{b}{a} \right) Q'(x) + R' \text{이라 하면}$$

$$\text{나머지 정리에 의해 } -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = R'$$

$$f\left(-\frac{b}{a}\right) = R \text{를 대입하면 } R' = -\frac{b}{a}R$$

5. 연립부등식  $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$  의 해가 없을 때, 양수  $a$  의 값의 범위를 구하여라.

①  $3 < a \leq 4$

②  $0 < a \leq 3$

③  $0 < a < 3$

④  $0 < a \leq 4$

⑤  $0 < a < 4$

### 해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ |x| < a \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $6 < -x + 2$  의 해는  $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$  의 해는  $x < -3$

$$\therefore x < -4$$

㉡에서  $|x| < a$ 는  $-a < x < a$  두 연립부등식의 해가 없으려면

$$-a \geq -4, a \leq 4,$$

그런데  $a$ 는 양수이므로  $a$ 의 값의 범위는  $0 < a \leq 4$  이다.