

1. 다음 중 x 가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

① $x = \sqrt{2}$

② $x = 2^2$

③ $x^2 = 2$

④ $2 = \sqrt{x}$

⑤ $x = \sqrt{2^2}$

해설

x 가 a 의 제곱근일 때 (단, $a \geq 0$)

$$x^2 = a$$

2. $-\sqrt{8^2} \div \left(\sqrt{\frac{8}{5}}\right)^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(-8) \times \frac{5}{8} = -5$$

3. $a < 0$, $b > 0$ 일 때, $-\sqrt{b^2} - \sqrt{a^2}$ 을 간단히 하면?

① $b - a$

② $a - b$

③ $-a - b$

④ $a + b$

⑤ $-a^2 + b^2$

해설

$$-b - (-a) = a - b$$

4. $\sqrt{28-x}$ 이 자연수가 되도록 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 24

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 3

해설

$28 - x = 1, 4, 9, 16, 25$ 가 되어야 함.

$\therefore x = 27, 24, 19, 12, 3$

5. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 - \sqrt{2} < 2$

② $2 - \sqrt{7} < \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} + 1$

해설

① $4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{2} > 2$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} - (-4) > 0$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3) = -\sqrt{3} + 3$

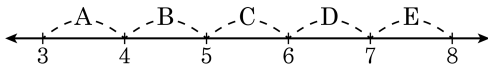
$= -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + 1$

6. 다음 수직선에서 $4\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$$

$6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로 D 구간

7. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3} + 2$

② $2\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$

④ 4

⑤ $\sqrt{7} - 3$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < \sqrt{3} + 2 < 4$$

8. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이고, $\sqrt{48} \div \sqrt{12}$ 를 간단히 하였더니 $\sqrt{b}$ 일 때, 자연수 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 14

④ 18

⑤ 24

해설

$$\sqrt{\frac{18}{6} \times \frac{10}{3}} = \sqrt{10} \text{ 이므로 } a = 10$$

$$\sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} \text{ 이므로 } b = 4$$

따라서 $a + b = 10 + 4 = 14$ 이다.

9. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?

$$a \square b$$

① $\geq$

② $>$

③ $\leq$

④ $<$

⑤ $=$

해설

2 는 $\sqrt{4}$ 이므로 a 를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ 로 바꾸어 비교해 보면 된다.

$$a - b = (\sqrt{5} - 2) - (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$\therefore a - b < 0$$

10. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, $\sqrt{0.002}$ 의 값을 구하면?

① 44.72

② 0.1414

③ 0.4472

④ 0.04472

⑤ 0.01414

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{4.472}{100} = 0.04472$$

11. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

12. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, \quad x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, \quad x = 45.5$$

13. $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} + 3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$1 - \sqrt{5} < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$$

$$(\text{준식}) = \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 3) = -4$$

14. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

$$3 < \sqrt{3x} < 5, \sqrt{40} < x < \sqrt{70}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 7$

▷ 정답: $x = 8$

해설

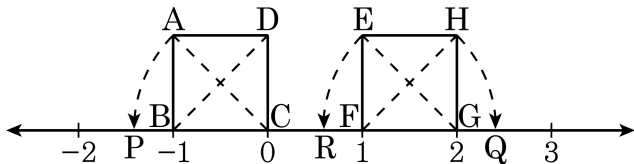
$3 = \sqrt{9} < \sqrt{3x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는

$x = 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$\sqrt{40} < \sqrt{x^2} < \sqrt{70}$ 을 만족하는

$x = 7, 8$ 이다.

15. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. P, Q, R 세 점의 좌표를 p, q, r 이라 할 때, $p + q + r$ 의 값이 $a + b\sqrt{2}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 2$

해설

$p = -\sqrt{2}$, $q = 1 + \sqrt{2}$, $r = 2 - \sqrt{2}$ 이므로

$p + q + r = 3 - \sqrt{2}$ 이다.

따라서 $a = 3$, $b = -1$ 이므로 $a + b = 2$ 이다.

16. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다,
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

17. $-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} -5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}} &= -5 \times \sqrt{\frac{7 \times 26 \times 2}{7 \times 13}} \\ &= -5\sqrt{4} = -10 \end{aligned}$$

18. $\sqrt{72} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{300} = b\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -4

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{300} = \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 6, b = 10$$

$$\therefore a - b = -4$$

19. $\sqrt{5} = a$, $\sqrt{7} = b$ 라 할 때, $\sqrt{0.014}$ 를 a, b 를 사용하여 나타내면?

① $\frac{ab}{100}$

② $\frac{ab}{50}$

③ ab

④ $2ab$

⑤ $4ab$

해설

$$\sqrt{0.014} = \sqrt{\frac{140}{10000}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5 \times 7}}{100} = \frac{2}{100} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = \frac{1}{50}ab$$

20. $2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}}$ 를 간단히 하여라.

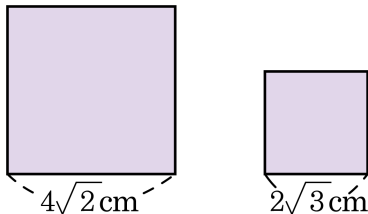
▶ 답 :

▷ 정답 : 266

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}} &= 2\sqrt{133} \times \sqrt{7} \times \sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{133 \times 7 \times 19} \\ &= 2\sqrt{133^2} \\ &= 266 \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $4\sqrt{2}\text{cm}$, $2\sqrt{3}\text{cm}$ 인 색종이가 있다. 이것을 적당히 오려 붙여서 이것과 넓이가 같은 정사각형 모양으로 붙이려고 한다. 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

넓이의 합은 $(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 32 + 12 = 44$ 이다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 할 때, $x^2 = 44$ 이므로 $x = 2\sqrt{11}\text{cm}$ 이다.

22. $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = k\sqrt{3}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{2}{3}$

해설

$$\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore k = \frac{2}{3}$$

23. 다음 제공근표에서 $\sqrt{5.84}$ 의 값은 a 이고, $\sqrt{b} = 2.352$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

수	0	1	2	3	4
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417

- ① 7.217 ② 7.548 ③ 7.947 ④ 8.132 ⑤ 8.492

해설

$$\sqrt{5.84} = 2.417$$

$$\sqrt{5.53} = 2.352$$

$$\therefore a = 2.417, b = 5.53$$

$$\therefore a + b = 2.417 + 5.53 = 7.947$$

24. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

25. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

- ① $\sqrt{a} + b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $a^2 - b^2$
④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

26. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

27. 다음 계산 중 옳은 것은?

$$\textcircled{1} \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 8 + 3\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$$

$$\textcircled{3} (\sqrt{63} - \sqrt{35}) \div \sqrt{7} = 2 - \sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\textcircled{5} \frac{12 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{3} + \frac{4 - 2\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{6}) = 8 - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & (\sqrt{63} - \sqrt{35}) \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{63} - \sqrt{35}}{\sqrt{7}} \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} + 1\right) + \left(\frac{2\sqrt{6}}{3} - 1\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + (1 - 1) = \frac{7\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{12 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(12 + 3\sqrt{6})}{3} \\ &= \frac{12\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{3} = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

28. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}& \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\&= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\&= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\&= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k\end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

29. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때,
 $2a+3b$ 의 값을 구하면? (단, $0 < b < 1$)

① $\sqrt{3}-3$

② $2\sqrt{3}-1$

③ $2\sqrt{3}-3$

④ $3\sqrt{3}-1$

⑤ $3\sqrt{3}-3$

해설

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = 0 \quad \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$b = \sqrt{3}-1$$

$$2a+3b = 3(\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3}-3$$

30. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75) - f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} - 3$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$\sqrt{75} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75} - 8 = 5\sqrt{3} - 8$ 이다.

$\sqrt{48} = 6. \dots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$ 이다.

$$\therefore f(75) - f(48)$$

$$= (5\sqrt{3} - 8) - (4\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} - 2 \text{ 이다.}$$

31. 세 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $\sqrt{60abc}$ 가 자연수가 될 경우는 몇 가지인지 구하여라. (단, $b > c$)

▶ 답 : 9 가지

▷ 정답 : 9 가지

해설

$$\sqrt{60abc} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times abc}$$

$$abc = 15 \text{ 또는 } abc = 60$$

$(a, b, c) = 15$ 일 때,

$$(a, b, c) = (3, 5, 1), (5, 3, 1), (1, 5, 3)$$

$abc = 60$ 일 때,

$$(a, b, c) = (3, 5, 4), (4, 5, 3), (5, 4, 3), \\ (2, 6, 5), (5, 6, 2), (6, 5, 2)$$

32. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}$, $B = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, $C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면

$$A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a+b$$

$$B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$$

이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0$ ($\because a > 0, b > 0$) 이므로 $B > A$

또한, $B^2 - C^2 = a+b+\sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$

따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

33. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.